EVCLIDIS
ELEMENTORVM GEOMETRICORVM,
LIBRI SEX PRIORES.

Noua interpretatione in vſum ſtudioſæ iuuentutis in lucem dati

A IOANNE LANZ SOCIETATIS IESV.

Et nunc recens impreſſi.

NOBILISSIMIS
ACADEMIAE
A PORTV ARDENTIBVS
DICATI.

Ex alijs P. Dominici Brunetti Romani

Bononiæ, apud Hæredes Ioannis Roſſij, & C. 1629.
Superiorum permiſſu.

NOBILISSIMIS

ACADEMIÆ

A PORTV ARDENTIBVS.

Persij Rossij Hæredes εὐπράττειν.

PVSILLVS hic partus, Spei optimę Adoleſcentes pauciſ ab hinc annis è magni Euclidis viſceribus neſcio quo bono Machaone extractus; ac leuidenſa, veſte ſcilicet craſſo, & ſoloci filo, niſi mauultis centone contectus; & quaſi ἀκέφαλος miſellus errans Perſio Roſſio Impreſſori fortè, vt fit, in

itinere occurrit; adeoq; illum sua in huiusmodi ętatula Parentum orbitate commouit, vt præter indolem, quam vultu, & acutis responsionibus optimam præseferebat, domum extemplò manu arreptum deduxerit. Vbi trito, & squallido illo amictu reiecto nouum Typis indumentum, quanta potuit diligentia, circumuestiuit, & modo quodam interpolauit. Sed (heu breuem vitæ nostræ summam) Persius hic inuida nobis morte ereptus non potuit cogitata perficere; & ille apud nos eius Hæredes esse vlterius non ferens supplex, & lacrymabundus petijt, vt se dimitteremus, & ad vos dimitteremus, ne priorem denuò fortunam dimissus experiretur, quòd nempè vos vni ingruente nunc hyeme ipsum ardenti vestro à frigoribus ardore defendetis; sub acri xij. Virum, imò Patrum amantissimorum cura, & custodia educamini; Præter cæteras Artes, quæ istic vobis traduntur, vna est Lingua græca, quà græci Patris sui, & Græciæ Patriæ sæpius recordabitur, estis,

& vos

& vos paruuli, & pares cum paribus facillimè congregantur, & apud vos demum Mathematicus profitetur, qui bono ipsum naso nequis malo audax suspendat, potéter vetabit, illud creberrimè succines

Inueni Portum, spes, & fortuna valete,
Nil mihi vobiscum, ludite nunc alio.

Quibus auditis, & vehementer probatis conscij in primis Persianæ voluntatis, ecce ad vos iam illum dimittimus, ardenterq; obsecramus, vt quà ipse, & nos animi lætitia id facimus, ea vos illum excipiatis; nos Clientes vestros protegatis; & pijs Persij manibus benè vsque precemini. Illum igitur Ardentes humanissimi arridentes suscipite pro certissimo habentes, si ipsum inter familiares vestros adsciueritis, nec nos obsequij, nec vos facti vnquam in posterum pœnituros. Valete, florete, proficite. Bonon. ex Laribus nostris Id. Nouemb. M. DC. XXIX.

INTERPRES CANDIDO LECTORI.

DVas Matheseos alias esse, recte scripsit Plato, Geometriam, & Arithmeticam. hac posteriore cùm utcunque instructa iam studiosa iuuentus videretur, supererat, ut eadem & priore instrueretur. Itaq; cùm de habenda aliqua Geometricorum Elementorum Epitome cogitationem suscepissem, nihilq; melius ipso summo Geometra Euclide in mentem venisset; cœpi solicitus, & mecum ipse, & cum alijs quoque communicato consilio deliberare, quemnam potissimum ex tanta interpretum turma,

quam-

quamque adeo in vniuersum rationem Euclidis publicandi deligerem. Mens vna fuit omnium, iuuentutem nimia libri mole non esse grauandam. Recidenda ergo necessario fuerunt primùm scholia, & commentationes alienæ, quibus plerique dum ingenio suo indulgent maximè, minimè nobis Euclidem ipsum repræsentarunt. Tum deinde quoniam vix aliqua apparebat tam religiosa interpretatio, quæ non ab Autore, si sua lingua loquentem audias, licentiùs subinde recederet; optimum factum videbatur si in Latinum sermonem deintegro conuerteretur. Ad eam ego prouinciam postquam aggressus fui, illud antiquissima curæ habui, vt quamlibet simplici dictione, genuinam demonstrationem sententiam ex Græco prorsus exprimerem, sed pro instituta breuitate verbis sic appensis, vt longiorem alicubi circum ductionem paullo breuiori gyrò colligerem. Posteriores tamen libri quinti propositiones, quoniam in Euclide desiderantur, fraudi non erit earum loco Pappi Alexandrini ex Commentarijs Federici Commandini

dini substituisse. Quin ad difficiliores etiam definitiones breuiculas notas eo consilio apposui, ne in ipso statim limine aut hærere Lector, aut aliunde subsidium petere cogeretur. Deniq; nonam, & decimam propositionem libri decimitertij idcirco adieci, vt si quis Triangulorum Canonem, hoc est, Tabulas Sinuum, Tangentium, & Secantium, aut condere, aut conditas à Typographorum non infrequentibus mendis vindicare cuperet, id libelli huius auxilio posset. Vale Lector, & his laboribus nostris ad Dei gloriam vtere. Bon. 9. Nouemb. Anno Christi. 1629.

LIBER PRIMVS ELEMENTORVM EVCLIDIS

Libri Sex priores ex Græco fonte translati.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

Definitiones.

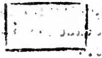
1 Punctum est cuius pars nulla.

2 Linea, longitudo latitudinis expers.

3 Lineæ termini sunt puncta.

4 Recta linea est, quæ ex æquali suis interijcitur punctis.

5 Superficies est, quæ longitudinem, & latitudinem tantũ habet.



6 Superficiei termini sunt lineæ.

7 Plana superficies est, quæ ex æquali inter suas lineas iacet.

8 Planus angulus est, duarum linearum in plano se mutuo tãgentium, & nõ in directum iacẽtium alterius ad alteram inclinatio.

In directum iacere dicuntur duæ lineæ quando ex illis fit vna linea.

9 Si lineæ angulum continẽtes, rectæ fuerint, recti lineus angulus dicitur.

10 Si recta linea super rectam consistens, eos, qui deinceps sunt angulos æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum. Et insistens recta, perpendicularis dicitur eius, cui insistit.

Linea A B consistens super C D dicitur perpendicularis. Anguli A B C, A B D dicuntur recti, dicuntur quoque anguli deinceps.

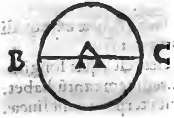
11 Obtusus angulus est, qui maior est recto.

12 Acutus, q recto minor est.

13 Terminus est, quod alicuius est finis.

14 Figura est, quæ sub aliquo, aut aliquib. terminis continetur.

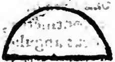
Circulus continetur sub vna linea circulari.



15 Circulus est figura plana, sub vna linea contenta, quæ peripheria dicitur, ad quam omnes lineæ ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt cadentes, æquales sunt.

16 Punctum autem illud centrum circuli dicitur, *nimirum A.*

17 Diametrus circuli, est quædam recta linea per centrum acta, & ad vtramq; partem peripheriæ circuli terminata; quæ & circulum bifariam secat, *nempe linea B C.*



18 Semicirculus est figura à diametro, & intercepta circuli peripheria contenta.

19 Seg-

19 Segmētum circuli est, quod à recta linea, & peripheria circuli continetur.

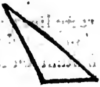
20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. Trilateræ, quæ tribus; quadrilateræ, quæ quatuor; multilateræ, quæ pluribus quàm quatuor lineis rectis continentur.

21

21 Trilaterarum figurarum, æquilaterum triāgulum est, quod tria latera habet æqualia.

22

22 Isosceles, quod duo tantùm æqualia habet latera.



23

23 Scalenum, quod omnia tria inæqualia habet latera.

24 Trilaterarum præterea figurarum rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

25 Obtusangulum, quod obtusum, *ut est figura* 23.

26 Acutangulum, quod tres acutos habet angulos, *ut sunt figuræ* 21. & 22.

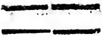
27 Quadrilaterarū figurarum, Quadratum est, quod æquilaterum & equiangulum est.

28 Altera parte longior figura est, quæ æquiangula quidem, at non æquilatera est.

29 Rhombus, quæ æquilatera, æquiangula verò non est.

30 Rhomboides, quæ opposita, & latera, & angulos æqualia habet; at neq; æquilatera est, neque ęquiangula.

31 Reliqua ab his quadrilatera, vocentur trapezia.



32 Parallelę rectę lineæ sũt, quæ in eodem plano existentes, & vtrinq; in infinitum eiectæ, in neutram partem coincidunt.

Postulata.

POstuletur à quouis puncto ad quoduis rectam lineam ducere.

Et rectam lineam terminatam in continuum, & directum producere.

Et quouis centro & interuallo circulum describere.

Communes sententiæ seu axiomata.

1 QVæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.

2 Et, si æqualibus æqualia adduntur, tota sunt æqualia.

3 Et, si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua sunt æqualia.

4 Et, si inæqualibus ęqualia addantur, tota sunt inæqualia.

5 Et, si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua sunt inæqualia.

6 Et, quæ eiusdem sunt dupla, inter se sunt æqualia.

7 Et, quæ eiusdem sunt dimidia, inter se sunt æqualia.

8 Et, quæ sibi inuicem congruunt, inter se sunt æqualia.

9 Et, totum est maius sua parte.

10 Et, omnes anguli recti inter se sunt æquales.

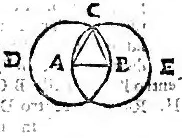
11 Et, si in duas rectas lineas recta incidens angulos interiores; & ad easdem partes, duobus rectis minores fecerit, coincident duæ illæ lineæ in infinitum protractæ versus illam partem, ad quam sunt duo anguli duobus rectis minores.

12 Et, duæ rectæ spacium non concludunt.

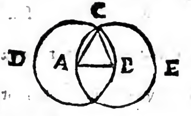
Propositiones.

Propositio 1. Problema 1.

Super data recta linea terminata triangulum æquilaterum constituere.



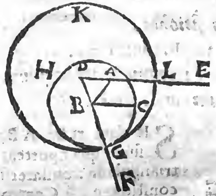
SIt data recta A B, super qua oporteat triangulum æquilaterū constituere. a Centro A, interuallo A B describatur circulus B C a Post. 3.



b Post. 3. D. Rursus b centro B, interuallo B A describatur circulus A C E: & ex C, vbi se circuli secant ad A, B puncta,
c Post. 1. c ducantur rectæ C A, C B. Quoniam A centrum est circuli B C D, d erit
d def. 15. A C æqualis ipsi A B. Rursus, quia B centrum est circuli C A E, e erit & B C æqualis ipsi B A. de-
e def. 15. monstrata est autem & C A æqualis ipsi A B: vtraque ergo C A, C B æqualis est ipsi A B: f quæ autẽ
f ax. 1. eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: igitur C A æqualis est C B: tres ergo C A, A B, B C sunt æquales. Quare triangulum A B C est æquilaterum, & super recta A B constitutum. Quod facere oportuit.

Propos. 2. Problema 2.

Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam ponere.

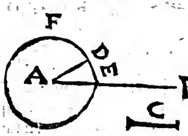


Sint data, punctũ A, recta B C, & oporteat ad punctũ A rectæ B C æqualẽ ponere. Ducatur ab A ad B recta A B, su-
a prop. 1. 1. per a eaq; constituatur triangulum æquilaterum D A B, b pro-
b post. 2. ductis in directum ip-
c post. 3. sis D A, D B in E, & F. c Centro B, interuallo B C describatur circulus C G H. Rursus d centro D, inter-

interuallo D G describatur circulus G K L. Quo- *d post.*
niam ergo B centrum est circuli C G H, *e* erit ipsi *3.*
B C æqualis B G. Rursus cum D sit centrum cir- *e def.*
culi G K L, *f* erit D L æqualis ipsi D G: *g* quarum *15.*
pars D A est æqualis parti D B: *h* reliqua ergo A *f def.*
L æqualis erit reliquæ B G. Ostensa est autem & *15.*
B C æqualis ipsi B G: vtraque ergo A L, B C æqua- *g prop.*
lis est ipsi B G. *i* Quæ autem eidem sunt æqualia, *1.*
& inter se sunt æqualia; ergo A L æqualis est ipsi *h ax. 3*
B C. Quare ad punctum datum A, datæ rectæ B C *i ax. 1.*
æqualis est posita, A L. Quod facere oportuit.

Propos. 3. Probl. 3.

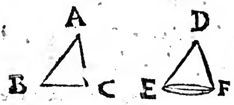
Datis duabus inæqualibus rectis lineis, à maiore minori æqualem abscindere.



Sint datæ rectæ inæquales A B, & C; quarũ maior sit A B; à qua, minori C, æqualem abscindere oporteat. Sit *a* ad pun- *a prop.*
ctum A, rectæ C æ- *2. 1.*
qualis posita, A D. & *b* centro A, interuallo A D, *b post.*
describatur circulus D E F. Et quia A centrum est *3.*
circuli D E F, *c* erit A E æqualis ipsi A D. sed & C *c def.*
æqualis est ipsi D A: vtraque ergo A E, C æqualis *15.*
est ipsi A D: igitur & A E æqualis erit ipsi C. Duabus ergo inæqualibus datis rectis lineis A B, & C, à maiore A B, minori C æqualis est abscissa, A E. Quod facere oportuit.

Propos. 4. Theor. 1.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; habuerint autem & angulum angulo, æqualibus lateribus cõtentum, æqualem, & basim basi æqualem habebunt: eritq; triangulum triangulo æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur.



Sint duo triãgula A B C, D E F, quæ duo latera A B, A C, duobus D E, DF æqualia habeãt, vtramque vtrique, A B ipsi D E, & A C ipsi D F, & angulum B A C, angulo E D F. Dico quod & basis B C, basi E F sit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliqui anguli reliquis, vterq; vtrique, quibus æqualia latera subtenduntur, nempe A B C ipsi D E F; & A C B ipsi D F E. Si enim triangulum A B C triangulo D E F* congruat, & A super D ponatur, a congruet A B recta rectæ D E, & B ipsi E, quod A B sit æqualis D E. Congruente igitur A B ipsi D E, congruet & A C ipsi D F, quod angulus B A C angulo E D F sit æqualis: ideo & C ipsi F congruet, quod & A C æqualis sit ipsi D F. Sed & B ipsi E congruebat. Quare & basis B C basi E F congruet. Si enim congruente B ipsi E, & C ipsi F, basis B C basi E F nõ cõgruat, conti-

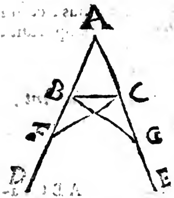
*super ponatur.

a ax. 8.

continebunt duæ rectæ spacium; *b* quod fieri nequit. Congruet ergo basis B C basi E F, & æqualis illi erit; adeoque totum triangulum A B C toti triangulo D E F congruet, *c* eiq; æquale erit: congruent ergo & reliqui anguli reliquis, eritque A B C angulus angulo, D E F, & A C B ipsi D F E æqualis. Si ergo duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, &c. b *ax.* 12. c *ax.* 8.

Propos. 5. Theor. 2.

Isoscelium triangulorum anguli ad basim sunt æquales: & productis æqualibus rectis, erunt & anguli infra basim æquales.

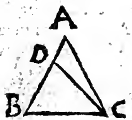


Sit triangulum A B C, habens latus A B lateri A C æquale. Producantur in directum A B, A C rectæ in D & E. Dico angulum A B C, angulo A C B; & C B D, ipsi B C E æqualem esse. Accipiatur in B D quoduis punctum F; & *a* auferatur à maiori A E, minori A F æqualis A G: *b* ducanturq; rectæ F C, G B. & cum A F, ipsi A G; & A B æqualis sit ipsi A C; erunt duæ F A, A C, duabus G A, A B æquales, altera alteri, continentque angulum communem F A G: *c* erit igitur basis F C basi G B æqualis & triangulum A F C triangulo A G B, & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur; nempe A C F ipsi A B G, & A F C ipsi A G B. Et quia tota A F toti A G æqualis a *prop.* 3. 1. b *post.* 1 c *prop.* 4. 1.

d ax. 3. lis est, quarum A B est æqualis ipsi A C; d erit & reliqua B F, reliquæ C G æqualis. Ostensa autem est & F C æqualis ipsi G B. Cum ergo duæ B F, F C duabus C G, G B æquales sint altera alteri: & angulus B F G angulo C G B æqualis, & basis B C
e prop. communis, e erit triangulum B F C triangulo C
4. 1. G B æquale, & reliqui anguli reliquis alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur: ergo & angulus F B C angulo G C B, & B C F ipsi C B G æqualis erit. Et quia totus A B G toti A C F ostensus est æqualis, & C B G ipsi B C F; erit ergo & reliquus, A B C reliquo A C B æqualis: & sunt ad basim trianguli A B C; ostensus est autem F B C angulus, angulo G C B æqualis, & sunt sub basi. Isoscelium igitur triangulorum anguli ad basim æquales sunt, & productis æqualibus lateribus, etiam anguli infra basim. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 6. Theor. 3.

Si trianguli duo anguli æquales fuerint; erunt & latera æquales angulos subtendentia, æqualia.



Sit triangulum A B C habens angulum A B C, angulo A C B æqualem. dico & latera A B, A C æqualia esse. Si enim sunt inæqualia, erit alterum maius, sit maius A B. a Auferatur à maiore A B,
a prop minori A C æqualis D B, ducaturque D C. Cum
3. 1. ergo D B, A C æquales sint, communis verò B C; erunt duæ D B, B C, duabus A C, C B, æquales, altera

tera alteri, & angulus D B C æqualis angulo A C B: b igitur & basis D C, basi A B erit æqualis, & triangulum A B C, triangulo D B C, minus maiori, c quod est absurdum; non igitur inæqualis est A B, ipsi A C: ergo equalis. Quare si trianguli duo anguli equales fuerint, erunt & latera, equales angulos subtendentia, æqualia. quod demonstrare oportuit.

b prop. 4. 1.
c ax. 9

Propos. 7. Theor. 4.

Super eadem recta linea, duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales altera alteri, non constituentur, ad aliud atq; aliud punctum, ad easdem partes, eosdemq; cum primò ductis terminos habentes.

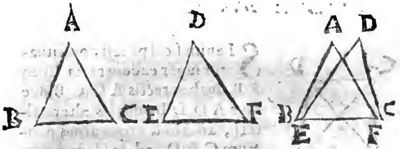
SI enim fieri potest constituatur super eadem recta linea A B, duabus rectis A C, C B, due aliæ A D, D B equales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum C & D, ad easdem partes C, D, eosdem terminos habetes A, B, quos primæ: ita, vt C A ipsi D A, eundem cum ipsa terminum A habens, C B verò ipsi D B, eundem cum illa terminum B habens, sit æqualis, & ducatur C D. Cum ergo A C sit æqualis ipsi A D, a erit & angulus A C D æqualis angulo A D C: maior ergo est A D C angulus, angulo D C B: multo ergo maior C D B. Rursus cum C B æqualis sit ipsi D B, erit & angulus C D B angulo D C B æqualis: osten-

a prop. 5. 1.

b ax.9. ostensus autem est multo illo maior. b Quod fieri non potest. Non igitur super eadem recta linea duabus rectis lineis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem cum primò ductis terminos habentes. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 8. Theor. 5.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum angulo æqualem.



Sint duo triangula A B C, D E F, quæ habeant duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia, alterum alteri; nempe A B ipsi D E, & A C ipsi D F; habeant quoque bases B C, E F æquales. Dico quod & angulus B A C, angulo E D F sit æqualis. Congruente enim triangulo A B C, triangulo D E F; positoque B super E, & recta B C super E F; a ax.8 a congruet & C ipsi F, quod B C, E F æquales sint. Congruente igitur ipsa B C ipsi E F, congruent & B A, C A, ipsis E D, D F. Quod si congruat quidem basis

basis B C, basi E F: at B A, A C latera ipsis, E D, D F, non congruant, sed aliò cadant, vt sunt E D, D F, *b* constituentur super eadem recta duabus rectis, aliæ duæ rectæ æquales, altera alteri, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem terminos habentes. At non constituuntur. Non ergo congruente basi B C, basi E F, non congruent B A, A C latera ipsis E D, D F: congruent ergo. quare & angulus B A C angulo E D F congruet, eique æqualis erit. Si ergo duo triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, habuerint verò & basim basi æqualem, habebunt quoque angulum æqualibus lateribus contentum, angulo æqualem. Quod oportuit demonstrare. b *prop.* 7. 1.

Propos. 9. Probl. 4.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.

Sit datus angulus rectilineus B A C, quē oporteat bifariam secare. Accipiatur quoduis punctum D. Atque *a* ex A C, ipsi A D, æqualis auferatur A E: & super ductam D E, *b* constituatur triangulum ęquilaterum D E F, & iungatur A F. Dico angulum B A C recta A F bifariam secari. Cum enim A D, A E æquales sint, communis A F; erunt duæ D A, A F, duabus E A, A F æquales, altera alteri, est verò & basis D F basi E F æqualis: *c* ergo & angulus D A F, angulo E A F, æqua-

a *prop.* 3. 1.

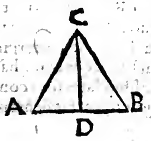
b *prop.* 1. 1.

c *prop.* 8. 1.

F, æqualis erit. Datus ergo angulus rectilineus B A C à recta A F bifariam secatur. Quod facere oportuit.

Propos. 10. Probl. 5.

Datam rectam finitam bifariam secare.



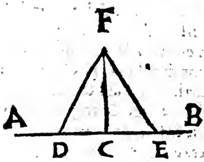
Sit data recta finita A B, quam oporteat bifariam secare. Constituatur super illa triangulum æquilaterum A B C, *a* &
a *prop.* 9. 1. secetur angulus A C B bifariam recta C D. Dico rectam A B, in D bifariam esse sectam. Cum enim A C, C B æquales sint communis C D: erunt duæ A C, C D, duabus B C, C D æquales, altera alteri, & angulus A C D angulo B
b *prop.* 4. 1. C D æqualis: *b* igitur & basis A D æqualis est basi B D. data ergo recta finita A B in D secta est bifariam, quod faciendum erat.

Propos. 11. Probl. 6.

Datæ rectæ lineæ ex puncto in illa dato lineam rectam ad angulos rectos ducere.

Sit data recta A B, datum in illa punctum C, oporteatq; ex C, ipsi A B rectam lineam ad angulos rectos ducere. Accipiatur in A C quoduis
a *prop.* 3. 1. punctum D, & *a* ponatur ipsi C D æqualis C E,
b *prop.* 1. 1. *b* constituaturque super E D triangulum æquilaterum F D E, & ducatur F C. Dico ad punctum C

datæ

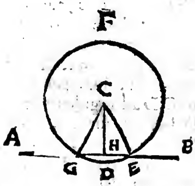


datæ rectæ A B ad angulos rectos esse ductam F C. Cum enim D C, C E sint æquales, F C communis; erunt duæ D C, C F, duabus E C, C F æquales, altera alteri: sed & basis D F, æqualis est basi E F: erit *c* ergo & angulus D C F æqualis angulo E C F; & sunt deinceps. *d* Quando autem recta super rectam consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterq; æqualium angulorum: recti igitur sunt anguli D C F, F C E. Quare datæ rectæ, ex puncto in illa dato, ducta est ad angulos rectos, recta F C. quod facere oportuit.

c *prop.* 8. 1.
d *def.* 10.

Propos. 12. Probl. 7.

Ad datam infinitam, à puncto dato extra illam perpendicularem rectam ducere.



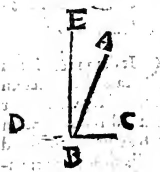
Sit data recta infinita A B, punctum extra illam C. & oporteat ad rectam datam A B ex pũcto C, quod in illa non est, perpendicularem rectam ducere. Accipiatur ad alteras partes rectæ A B, quoduis pũctũ D, & *a* centro C interuallo C D circulus E F G describatur, *b* diuidaturque E G in H bifariam, ductis rectis

a *post.* 3.
b *prop.* 10. 1.

rectis C G,C H,C E. Dico quod ad datam infinitam A B,à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta sit C H. Cum enim G H,H E sint æquales, H C communis: erunt duæ G H, H C, duabus
c def. 15. E H,H C æquales, altera alteri; *c* sed & basi C G,
d prop. 8. 1. basis C E, est æqualis; erit *d* ergo & angulus C H G angulo E H C æqualis, & sunt deinceps. *e* quando
e def. 10. autem recta super rectam consistens, eos qui deinceps sunt angulos, æquales fecerit, rectus est vterque æqualium angulorum, & insistens linea, perpendicularis dicitur eius, cui insistit. Quare ad datam rectam infinitam A B à puncto extra illam dato C, perpendicularis ducta est, C H. quod facere oportebat.

Propos. 13. Theor. 6.

Quando linea recta super rectam consistens, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.



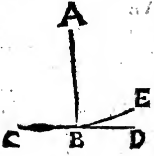
Recta .n. quædã A B, super rectã C D, consistens, angulos faciat C BA, A B D. dico illos, aut duos rectos aut duob rectis æquales esse. Si.n. CBA, ipsi ABD
a def. 10. est æqualis, duo *a* recti sunt. Si non: ducatur à puncto B ipsi C D ad angulos rectos,
b def. 10. B E: *b*. ergo C B E, E B D duo recti sunt. Et quia C B E duobus C B A, A B E, æqualis est, si apponatur communis E B D. erunt duo C B E, E B D, tribus C B A, A B E, E B D æquales. Rursus cum angulus D B A, duobus D B E, E B A æqualis sit; si addatur communis A B C; erũt duo D B A, A B C tribus

tribus D B E.E B A, A B C æquales. Ostensum est autem & duos C B E, E B D, iisdem tribus, æquales esse. *c* Quæ autem eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia: duo igitur C B E, E B D æquales sunt duobus D B A, A B C: sed C B E, E B D recti sunt: igitur D B A, A B C duobus rectis æquales. Si igitur recta super rectam consistens angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Quod oportuit demonstrare. *c ax.1.*

Propositio 14. Theor. 7.

Si ad rectam aliquam lineam, atq; ad punctum in illa datum, duæ rectæ non ad easdem partes ductæ angulos, qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ lineæ.

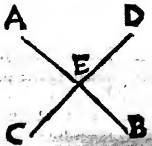
AD rectam A B, & ad punctum in illa datum B, duæ rectæ B C, B D non ad easdem partes posita, faciant angulos deinceps A B C, A B D, duobus rectis æquales. Dico B D ipsi C B in directum esse. Quod si B D ipsi B C non sit in directum, sit B E. Cum igitur recta A B rectæ C B E insistat, *a* erunt anguli A B C, A B E duobus rectis æquales: Sunt verò & A B C, A B D duob. rectis æquales: anguli igitur C B A, A B E sunt angulis C B A, A B D, æquales. Communis A B C auferatur: *b* reliquus ergo A B E, reliquo A B D, est æqualis, *a prop. 13.1.* *b ax. 3.*



e ax.3. minor maiori, e quod fieri nequit. Non ergo B E in directum est ipsi B C. Similiter ostendemus nullam aliam esse, præter B D: in directum ergo est B D, ipsi C B. Si ergo ad rectam, & ad punctum in ea, datum duæ rectæ non ad easdem partes positæ, angulos qui deinceps sunt, duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt illæ duæ lineæ. quod demonstrare oportuit.

Propositio 15. Theor. 8.

Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem æquales facient.

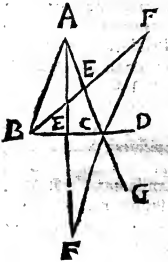


Rectæ A B, C D, secét se in E puncto. Dico quod tam angulus A E C. angulo D E B, quam C E B, angulo A E D, æqualis sit. Cum enim recta A E, rectæ C D, insistat, faciens angulos C E A, A E D, a erunt ipsi duo
a prop. 16 1. bus rectis æquales. Rursus cum recta D E rectæ
b prop. 13.1. A B insistat, faciens angulos A E D, D E B b erunt & ipsi duobus rectis æquales. Ostensi autem sunt & C E A, A E D duobus rectis æquales: Quare duo C E A, A E D, duobus A E D, D E B æquales sunt. auferatur communis A E D: ergo reliquus C E A, reliquo B E D æqualis est. Pariter ostendetur C E B, D E A æquales esse. Si ergo duæ rectæ se inuicem secuerint, facient angulos, qui ad verticem sunt æquales. Quod demonstrare oportuit.

Pro-

Propos. 16. Theor. 9.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus vtrolibet interno & opposito maior est.

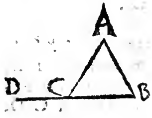


SIt triangulum A B C,& vnum ipsius latus B C, in D producatur. Dico angulum externum A C D, maiorem esse internis & oppositis C B A, B A C. *a* Bisecetur A C in E, & ducta B E producatur in F, sitque ipsi B E æqualis E F, iungatur C F,& producatur A C in G. Et quia A E ipsi E C est æqualis; erunt duæ A E, E B,duabus C E, E F æquales,altera alteri; & angulus A E B, angulo F E C est *b* æqualis, sunt enim ad verticem: *c* igitur & basis A B, basi F C æqualis erit, & triangulum A B E triangulo F E C; adeoq́; & reliqui anguli reliquis,alter alteri,quos æqualia subtendunt latera: Erit igitur & angulus B A E angulo E C F æqualis; est *d* autem E C D maior, quam E C F.Ergo & A C D maior est quam B A E. Pari modo secto B C latere bifariam demonstrabitur angulus B C G,hoc est,A C D maior esse angulo A B C. Omnis ergo trianguli vno latere producto externus angulus vtrouis interno, & opposito maior est,quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 11. 1.
b *prop* 15. 1.
c *prop.* 4. 1.
d *ax* 9.

Propositio 17. Theor. 10.

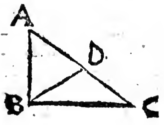
Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, quomodocunque sumpti.



SIt triangulum A B C. Dico duos eius angulos minores esse duobus rectis quomodocunque sumptos. Producatur B C in D. Et quia trianguli A B C, angulus A C D externus, *a* maior est interno & opposito A B C. Si com-
a prop. munis apponatur A C B: erunt A C D, A C B an-
16. 1. guli, maiores A B C, B C A angulis: Sed A C D, A C B *b* duobus rectis sunt æquales: Ergo A B C,
b prop. B C A minores. Similiter ostendemus tam B A C,
13. 1. A C B, quam C A B, A B C duobus rectis esse minores. Omnis ergo trianguli duo anguli quicunq; duobus rectis sunt minores, quod oportuit demonstrare.

Propos. 18. Theor. 11.

Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit.



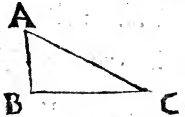
SIt triangulum A B C, habens latus A C maius latere A B. Dico & angulum A B C maiorem esse angulo B C A. Quia enim A C maius est, quam A B,

A B; fiat A D ipsi A B æqualis: & ducatur B D. Et a quia trianguli B D C externus angulus A D B maior est interno & opposito D C B, & b æqualis angulo A B D, quod latera A B, A D æqualia sint, maior ergo etiam est A B D quam A C B: multo ergo maior erit totus A B C, quam A C B. Omnis ergo trianguli maius latus, maiorem angulum subtendit.

a prop. 16. 1.
b prop. 5. 1.

Propos. 19. Theor. 12.

Omnis trianguli maior angulus maiori lateri subtenditur.

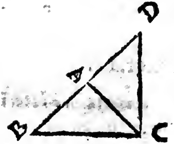


Sit triangulum A B C habens angulum A B C maiorem angulo B C A. dico & latus A C maius esse latere A B. Si non: erit A C ipsi A B aut æquale, aut minus. Non æquale. Si enim æquale, a esset & angulus A B C angulo A C B æqualis: at non est: ergo A C æquale non est ipsi A B. Non minus: nam si A C minus esset quam A B, esset b & angulus A B C minor angulo A C B; at non est: non ergo A C minus est ipso A B. Ostensum autem est, quod nec æquale: ergo maius. Omnis ergo trianguli maiori angulo maius latus subtenditur.

a prop. 5. 1.
b prop. 18. 1.

Propos. 20. Theor. 13.

Omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt quomodocumq; sumpta.



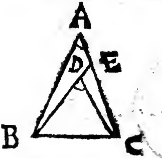
SIt triangulum A B C. dico duo latera B A, A C, maiora esse reliquo B C; & A B; B C reliquo A C; & B C, C A reliquo A B. Producatur enim B A in D; sitq; recta D A ipsi C A æqualis, & iungatur D C. Cum ergo D A ipsi A C sit equalis, erit & angulus A D C, angulo A C
a ax. 9. D æqualis. Sed *a* B C D angulus maior est angulo A C D; maior ergo etiam est B C D, ipso A D C. Et cum D C B sit triangulum habens angulum
b prop. B C D maiorem angulo A D C, *b* maiorem autem
19. I. angulum maius latus subtendat; erit D B maius ipso B C, æquale autem est D B ipsis A B, A C: maiora ergo sunt B A, A C, quam B C. Omnis ergo trianguli duo latera reliquo maiora sunt; quomodocunque sumpta.

Propos. 21. Theor. 14.

Si à terminis vnius lateris trianguli duæ rectæ intra constituantur, erunt hæ minores reliquis duobus trianguli lateribus, at maiorem angulum continebunt.

A Terminis lateris B C, trianguli A B C, constituantur duæ rectæ B D, C D intra. Dico B D,

B D, D C reliquis trianguli lateribus B A, A C minores esse; at angulum B D C maiorem continere, angulo B A C. Producatur enim B D in E. Et *a* quia omnis trianguli duo latera reliquo maiora sunt: erunt & trianguli A B E, latera A B, A E maiora B E latere. apponatur communis E C, *b* eruntq; B A, A C maiora ipsis B E, E C. Rursus trianguli C E D latera C E, E D *c* maiora sunt latere C D, communis apponatur D B; eruntq; C E, E B maiora ipsis C D, D B. Sed B A, A C maiora ostensa sunt ipsis B E, E C; multo ergo A B, A C maiora erunt ipsis B D, D C. Rursus, quoniam *d* omnis trianguli externus angulus interno, & opposito est maior; erit & trianguli C D E externus B D C, maior interno C E D. Eandem ob causam erit trianguli A B E, externus C E B, maior interno B A C: sed & B D C ostensus est maior, ipso C E B: multò ergo maior est B D C; quàm B A C. Quare si à terminis, &c, quod oportuit demonstrare.



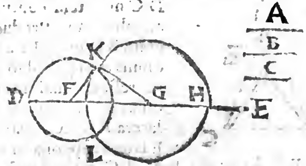
a *prop.* 20. 1.
b *ax.* 4.
c *prop.* 20. 1.
d *prop.* 16. 1.

Propos. 22. Probl. 8.

Ex tribus rectis, tribus datis rectis aqualibus, triangulum constituere. Oportet autem duas, reliqua maiores esse quomodocumq; sumptas. quod omnis trianguli duo latera reliquo maiora sint, quomodocu̅q; sumãtur.

Sint tres rectæ, A, B, C, quarum duæ quomodocunque sumptæ reliqua maiores sint, vt A, B,

quam C; A, C quam B; B C quã A. Oporteat autem ex tribus A, B, C, æqualibus triangulum cõstituere.



a prop 3. 1: Expoſita ſit recta quædam D E, terminata ad D, interminata ad E; ſitq; a D F ipſi A, F G ipſi B; ipſi C æqualis facta G H, Deſcribatur centro F, interuallo F D, circulus D K L: Centro verò G, interuallo G H, circulus K L H; iunganturq; F K, K G. Dico ex tribus F K, K G, G F æqualibus tribus datis A, B, C triãgulum F K G eſſe conſtitutum. Cum enim F centrum ſit circuli D K L, b erit F D æqualis ipſi F K; ſed F D eſt æqualis ipſi A; c ergo & F K, erit æqualis ipſi A. Rurſus cum G ſit centrum circuli L K H, d erit G H æqualis ipſi G K; ſed G H æqualis eſt ipſi C: e erit ergo & G K æqualis ipſi C: Eſt verò & F G æqualis ipſi B. Tres ergo K F, F G, G K æquales ſunt tribus datis A, B, C. Quare ex tribus K F, F G, G K, æqualibus tribus A, B, C triangulum eſt conſtitutum. Quod facere oportuit.

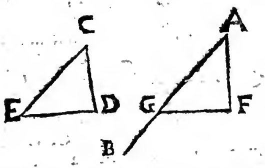
b def. 15.
c ax. 1.
d def. 15.
e ax. 1.

Propoſ. 23. Probl. 9.

Ad datam rectam, datumq; in ea punctum dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineum conſtituere.

SIt data recta A B, datumque in ea punctum A, datus angulus rectilineus D C E. Oporteat autem

autem ad punctum datum A, datæ rectæ A B, dato angulo rectilineo D C E æqualem angulum rectilineum constituere. Capiantur in vtraq; C D, C E, quælibet puncta D, E, & iungatur D E: *a* atq; ex tribus rectis, quæ æquales sint tribus C D, D E, E C,



a prop. 22. 1.

triangulum A F G constituatur: ita vt C D æqualis sit ipsi A F; C E ipsi A G; D E ipsi F G. Cum ergo duæ D C, C E æquales sint duabus F A, A G, altera alteri, sit verò & basis D E æqualis basi F G; *b* erit & angulus D C E æqualis angulo F A G. Quare ad datam rectam A B datumq; in ea punctum A, dato rectilineo angulo D C E, æqualis angulus rectilineus F A G est constitutus. Quod oportuit facere.

b prop. 8. 1.

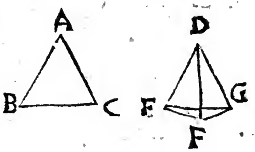
Propos. 24. Theor. 15.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri; angulum vero angulo maiorem, qui æqualibus rectis lineis continetur, & basim basi maiorem habebunt.

Sint triangula A B C, D E F, habentia duo latera A B, A C, duobus D E, D F æqualia, alterum alteri: A B quidem ipsi D E; A C verò ipsi D F. At angulus B A C maior sit, angulo E D F. Dico & basim

basim B C maiorem esse basi E F. Cum enim angulus B A C maior sit E D F, angulo, *a* cōstituatur ad punctum D recte D E angulo B A C, æqualis E D G; sitq; vtrique A C, D F æqualis D G, & iungantur G E, F G. Quia igitur A B ipsi D E, & A C ipsi D G æqualis est; erunt duæ B A, A C, duabus E D, D G æquales, altera alteri; estque, & angulus B A C, angulo E D G æqualis: *b* erit igitur & basis B C, basi E G æqualis. Rursus quia D G ipsi D F est æqualis, & *c* angulus D F G angulo D G F; *d* erit angulus D F G maior angulo E G F: multo ergo maior erit E F G, ipso E G F. Et quia E F G triangulum est, habens angulum E F G maiorem angulo E G F (*e* maiori autem angulo maius latus subtenditur) erit & latus E G maius latere E F: æquale autem est E G ipsi B C: maius ergo est & B C, ipso E F. Si ergo duo triangula, &c. quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 23. 1.



b *prop.* 4. 1.
c *prop.* 5. 1.
d *ax.* 9.
e *prop.* 19. 1.

Propos. 25. Theor. 16.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & basim basi maiorem, & angulum angulo, qui æqualibus lateribus continetur, maiorem habebunt.

Sint

Sint duo triangula A B C, D E F, duo latera A B, A C, duobus D E, D F habentia æqualia, alterum alteri, A B ipsi D E, & A C ipsi D F. Basim verò B C maiorem basi E F. Dico & angulum B A C angulo E D F maiorem esse. Si non: aut æqualis est, aut minor. Non æqualis; Nam si angulo B A C, angulus E D F æqualis esset, a esset & basis B C, basi E F æqualis; at non est; non ergo angulus B A C angulo E D F est æqualis. Sed neque minor: nam si minor esset, b esset & basis B C minor basi E F: at non est: non ergo angulus B A C minor est angulo E D F. Demonstratum est autem, quod nec æqualis: maior ergo erit. Si ergo duo triangula, &c. Quod demonstrare oportuit.

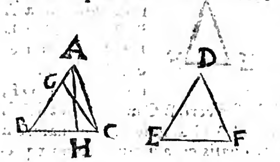
a prop. 4. 1.
b prop. 24. 1.

Propos. 26. Theor. 17.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, alterum alteri, & vnum latus vni lateri æquale, seu quod æqualibus angulis adiacet, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur; & reliqua latera reliquis lateribus, alterum alteri; & reliquum angulum reliquo angulo, æqualem habebunt.

Sint duo triangula A B C, D E F, duos angulos A B C, B C A, duobus D E F, E F D æquales haben-

habentia, alterum alteri, A B C quidem ipsi D E F, & B C A ipsi E F D: habeant verò & vnum latus vni lateri æquale. Et primo quod æqualibus angulis adiacet nempe B C, ipsi E F. Dico quod & reliqua latera, reliquis æqualia habeant, alterum alteri, A B ipsi D E. A C ipsi D F, & reliquum angulum B A C reliquo E D F. Quod si A B, D E inæqualia sint; vnum erit maius. Sit maius A B: *a* fiatque ipsi D E æqualis G B linea, & ducatur G C. Cum igitur tam B G, D E; quam E F, B C æquales sint; erunt duæ B G, B C, duabus D E, E F æquales, altera alteri; & angulus G B C angulo D E F æqualis: *b* erit ergo & basis G C basi D F æqualis, & triangulum G C B triangulo D E F æquale, reliquique anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Quare angulus G C B æqualis erit angulo D F E: sed & D F E ponitur æqualis ipsi B C A: erit ergo B C G æqualis ipsi B C A, minor maiori; quod fieri nequit: non ergo A B, D E inæquales sunt: ergo æquales. Est verò & B C ipsi E F æqualis: duæ ergo A B, B C æquales sunt duobus D E, E F, altera alteri, & angulus A B C angulo D E F: *c* ergo & basis A C basi D F, & reliquus angulus B A C reliquo E D F æqualis erit. Rursus sint latera æquales angulos subtendentia, A B, D E æqualia, dico & reliqua latera, reliquis lateribus, vt A C, D F, & B C, E F, reliquumq; angulum B A C, reliquo E D F, æqualem esse. Si enim B C,



a *prop.* 3. I.

b *prop.* 4. I.

c *prop.* 4. I.

E F

E F sunt inæqualia; erit vnum maius; sit, si fieri potest, maius B C, & *d* fiat ipsi E F æqualis B H, iungaturq; A H. Et quia B H ipsi E F; & A B ipsi D E æqualis est: erunt duæ A B, B H, duabus D E, E F æquales, altera alteri, continentq; angulos æquales: *e* basis ergo A H, basi D F est æqualis, & triangulum A B H triangulo D E F, reliquiq; anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Est igitur angulus B H A æqualis angulo E F D: sed E F D æqualis est angulo B C A: erit ergo & B H A æqualis ipsi B C A. Trianguli ergo A H C externus angulus B H A æqualis est interno & opposito B C A, *f* quod fieri nequit: igitur B C, E F inęquales non sunt: æquales ergo. Cum verò & A B, D E sint æquales: erunt duæ A B, B C duabus D E, E F æquales altera alteri, æqualesq; angulos continent: *g* ergo & basis A C basi D F æqualis est, & triangulum A B C triangulo D E F, & reliquus angulus B A C, reliquo E D F. Si ergo duo, &c. Quod demonstrare oportuit.

d prop. 3. 1.

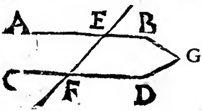
e prop. 4. 1.

f prop. 16. 1.

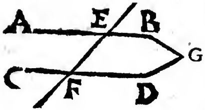
g prop. 4. 1.

Propos. 27. Theor. 18.

Si in duas rectas lineas recta incidens angulos alternos æquales fecerit, parallelæ erunt illæ lineæ.



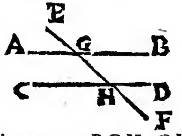
IN duas rectas A B, C D incidens recta E F faciat angulos alternos A E F, E F D æquales. Dico A B, C D parallelas esse.



esse. Si non; productæ concurrent, aut versus partes B, D; aut versus A, C: producantur, & concurrant versus partes B, D in G. *a* Est itaque
a prop. trianguli G E F angulus externus A E F maior in-
16.1. terno, & opposito E F G: sed * & æqualis; quod fie-
** ex hy* ri nequit: non ergo A B, C D productæ concur-
pothesi. runt versus partes B, D. Pari ratione demonstratur, quod neq; ad partes A, C: *b* quæ autem in neu-
b def. tram partem concurrunt, parallelæ sunt: parallelæ
32. ergo sunt A B, C D. Si igitur, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 28. Theor. 19.

Si in duas rectas lineas recta incidens, angulum externum interno, & opposito, & ad easdem partes, æqualem fecerit: vel internos, & ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ lineæ.



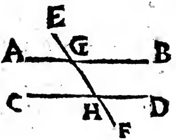
IN duas rectas A B, C D incidens recta E F, externum angulum E G B, interno, & opposito G H D æqualem faciat: aut internos, & ad asdem partes B G H. G H D duobus rectis æquales. Dico A B, C D parallelas esse. Cum enim

E G B

E G B angulus, * æqualis sit, & angulo G H D, *a* & ** ex hy-*
angulo A G H; *b* erit & A G H æqualis ipsi G H D *pothesi.*
c & sunt alterni: parallelę ergo sunt A B, C D. Rur- a *prop.*
sus cum B G H, G H D duobus rectis sint æquales; 15. 1.
d sint autem & A G H, B G H, duobus rectis æqua- b *ax.* 1.
les: erunt A G H, B G H ipsis B G H, G H D ęqua- c *prop.*
les: communis B G H auferatur: *e* erit igitur reli- 27. 1.
quus A G H, reliquo G H D æqualis: *f* & sunt al- d *prop.*
terni: sunt ergo A B, C D parallelæ. Si ergo in 13. 1.
duas rectas, &c. Quod demonstrare oportuit. e *ax.* 3.
f *prop.*
27. 1.

Propositio 29. Theor. 20.

Recta in parallelas rectas incidens æquales facit angulos alternos: & externum interno & opposito, & ad easdem partes æqualem: & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.



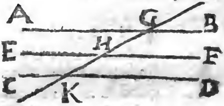
In parallelas rectas A B, C D recta E F incidat. Dico quod & alternos angulos A G H, G H D ęquales faciat; & externum E G B interno, & opposito, & ad easdem partes G H D æqualem; & internos, & ad easdem partes B G H, G H D duobus rectis æquales. Si enim A G H, G H D inæquales sunt, vnus illorum A G H sit maior: & quia A G H maior est quam G H D, communis addatur B G H. Hi ergo A G H, B G H maiores sunt his B G H, G H D

a sed

a prop. *a* sed A G H,B G H duobus rectis sunt æquales: er-
13.1. go B G H,G H D duobus rectis minores erunt. *b*
b ax.11 Quæ autem à minoribus quam duobus rectis in infinitum producuntur lineæ rectæ, concurrunt: ergo A B,C D in infinitum productæ cõcurrunt: at non concurrunt; parallelæ enim sunt: ergo anguli A G H,G H D, non sunt inæquales: igitur æquales. Por-
c prop. rò *c* A G H angulus æqualis est angulo E G B. Er-
15.1 go & E G B æqualis erit angulo G H D: communis apponatur B G H: ergo hi E G B,B G H, æqua-
d prop. les sunt his B G H,G H D: *d* sed E G B,B G H sunt
13.1. æquales duobus rectis: erunt ergo & B G H,G H D duobus rectis æquales. Recta ergo in parallelas, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 30. Theor. 21.

Quæ eidem rectæ sunt parallelæ, & inter se sunt parallæ.

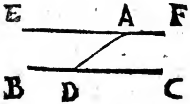


Sit vtraq; ipsarum A B,C D ipsi E F parallela. Dico & A B,C D esse parallelas. Incidat enim in ipsas recta G K. Et quia in rectas parallelas A B, E F
a prop. recta G K incidit; *a* erit angulus A G H, angulo
27.1. G H F æqualis. Rursus, quia in parallelas rectas
b prop. E F, C D cadit recta G K, *b* erit & angulus G H F
28.1. æqualis angulo G K D; ostensus est autem & angu-
c ax.1. lus A G K angulo G H F æqualis: *c* ergo & angulus A G K æqualis erit angulo G K D: & sunt alterni:
d prop. *d* ergo A B, C D sunt parallelæ. Ergo quæ ei-
28.1. dem, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propof. 31. Probl. 10.

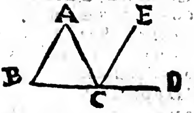
Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam ducere.



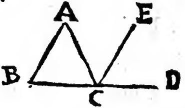
Ex dato puncto A, Datæ rectæ B C, oporteat parallelam ducere. Accipiatur in B C quoduis punctum D, iunganturq; A, D. *a* & constituatur ad A punctum rectæ D A angulo A D C æqualis D A E, ducaturq; ipsi A E in directũ A F. *b* Quia ergo in duas rectas B C, E F recta A D incidens angulos alternos E A D, A D C æquales facit, erunt B C, E F parallelæ. Per datum ergo punctum, &c. quod facere oportuit. *a prop. 22. 1.* *b prop. 27. 1.*

Propof. 32. Theor. 22.

Omnis trianguli vno latere producto, externus angulus, duobus internis, & oppositis est æqualis; & tres interni duobus rectis sunt æquales.



Sit triangulum A B C, & vnum eius latus B C producatur in D. Dico angulum externum A C D æqualem esse duobus internis, & oppositis C A B, A B C; &

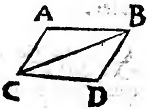


tres internos A B C, B C A, C A B duobus rectis ęquales. *a* Ducatur per C ipsi A B recta parallela C E. Quia ergo in A B, C E parallelas cadit A C; *b* erunt anguli alterni B A C, A C E æquales. Rursus quia A B, C E parallelæ sunt, & in ipsas cadit recta B D, *c* erit externus angulus E C D, æqualis interno, & opposito A B C: ostensus est autem & A C E ęqualis B A C. Totus ergo A C D æqualis est duobus internis, & oppositis B A C, A B C. Apponatur communis A C B: & erunt A C D, A C B æquales tribus A B C, B C A, C A B: *d* sed A C D, A C B æquales sunt duobus rectis: ergo & A C B, C B A, C A B æquales sunt duobus rectis. Omnis ergo trianguli, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 31. 1.
b *prop.* 27. 1.
c *prop.* 28. 1.
d *prop.* 13. 1.

Propos. 33. Theor. 23.

Lineæ rectæ, quæ æquales & parallelas lineas ad easdem partes coniungunt, & ipsæ æquales sunt, & parallelæ.



Sint æquales, & parallelæ A B, C D. easque ad easdem partes coniungant rectæ A C, B D. Dico & ipsas A C, B D parallelos & æquales esse. Ducatur enim B C. Quoniam A B, C D parallelæ sunt, & in ipsas incidit B C; *a* erunt anguli alterni A B C, B C D æquales. Et quia A B, C D æquales sunt; communis

a *prop.* 27. 1.

munis addatur B C; erunt duæ A B, B C, duabus B C, C D æquales, estq; angulus A B C angulo B C D æqualis. *b* Quare & basis A C, basi B D æqualis erit, & triangulum A B C triangulo B C D; & reliqui anguli reliquis, alter alteri, quibus æqualia altera subtenduntur, æquales erunt. Est ergo angulus A C B angulo C B D æqualis. Et quia in duas rectas A C, B D incidens recta B C, facit angulos alternos A C B, C B D æquales; *c* erunt A C, B D parallelæ: ostensæ autem sunt & æquales. Ergo lineæ rectæ, quæ æquales, &c. Quod oportuit demonstrare.

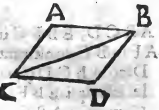
b prop. 4. 1.

c prop. 27. 1.

Propos. 34. Theor. 24.

Parallelogrammorum spaciorum, quæ ex aduerso & latera, & anguli, sunt inter se æqualia, eaq; diametrus bisecat.

Esto parallelogrammum A C D B diametrus B C. Dico parallelogrammi A C D B, quæ ex aduerso, latera & angulos, æqualia esse, eaq; diametrum BC bifariam secare. Cum enim A B, C D parallelæ sint, & in ipsas incidat B C; *a* erunt anguli alterni A B C, B C D æquales. Rursus cum A C, B D sint parallelæ, & in illas incidat B C, *b* erunt & anguli alterni A C B, C B D æquales. Duo ergo triangula A B C, C B D habent duos angulos A B C, B C A, duobus B C D, C B D æquales, alterum alteri, & vnum latus, vni lateri, quod adiacet angulis æqualibus, vtriq; com-



a prop. 27. 1.

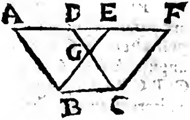
b prop. 27. 1.

e prop. 26. 1. mune B C. *e* Quare & reliqua latera reliquis, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo, æqualem habebunt. æquale ergo est latus A B lateri C D; & A C, ipsi B D; & angulus B A C angulo B D C. Et cum tam anguli A B C, B C D, quam C B D, A C B
d ax. 2. æquales sint: *d* erit & totus A B D, toti A C D æqualis. ostensus est autem & B A C æqualis B D C: Parallelogrammorum ergo spaciorum quæ ex aduerso, & latera, & anguli, inter se æqualia sunt. Dico & diametrum illa bifariam secare. Cum enim A B, C D æquales, & B C communis sit: erunt duo latera A B, B C, duobus C D, B C æqualia, alterum alteri; & angulus A B C æqualis angulo B C D:
e prop. 4. 1. *e* erit ergo & basis A C basi D B æqualis; & triangulum A B C triangulo B C D. Diametrus ergo B C, parallelogrammum A B C D bifariam secat. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 35. Theor. 25.

Parallelogramma in eadem basi; & in ijsdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E B F C in basi B C, & in parallelis A F in B C constituta. Dico A B C D æquale esse ipsi E B F C.



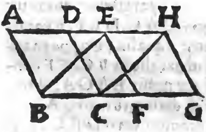
Cum enim A B C D, parallelogrãmũ sit;
a prop. 34. 1. *a* erunt B C, A D, æquales: eandem ob causam E F, B C æquales erant:
b ax. 1. *b* vnde & A D

& A D ipsi E F æqualis erit; & communis est D E: c *ax.2.*
c ergo tota A E, toti D F æqualis est. Est *d* verò & d *prop.*
A B ipsi D C æqualis: duæ ergo E A, A B, duabus 34. 1.
F D, D C æquales sunt, altera alteri; sed & *e* angu- e *prop.*
lus, F D C, angulo E A B æqualis est, externus in- 29. 1.
terno: *f* quare & basis E B basi F C æqualis erit; & f *prop.*
triangulum E A B triangulo F D C. Commune 4. 1.
D G E auferatur; & erit *g* reliquum trapezium A B g *ax.3.*
G D, reliquo E G F C æquale. Apponatur com-
munis G B C triangulus: *h* totum ergo A B C D h *ax.2.*
parallelogrammum, toti E B F C æquale erit: ergo
parallelogramma in eadem basi; &c. Quod opor-
tuit demonstrare.

Propos. 36. Theor. 26.

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in ijsdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto parallelogramma A B C D, E F G H super æqualibus basibus, B C, E G; & in ijsdem parallelis A H, G B constituta. Dico illa esse æqualia iungantur enim B E, C H. Quia enim B C, F G, æquales sunt: estque F G qualis ipsi E H; *a* erit & B C ip- a *ax.1.*



si E H æqualis: *b* sunt verò & parallelæ, coniun- b *prop.*
guntq; ipsas rectæ B E, C H *c* Quę autem ęquales, 33. 1.
& parallelas ad easdem partes coniungunt, æqua- c *prop.*
les, & parallelæ sunt: Quare E B, C H æquales, & 33. 1

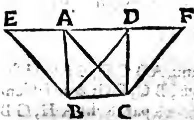
d prop. 35. 1. parallelæ sunt: *d* ergo E B C H est parallelogrammum; estq; æquale ipsi A B C D, quippe eandem cum illo basim B C habens; & in ijsdem parallelis B C, A H constitutum. Eandem ob causam E F G H eidem E B C H est æquale. *e* Quare & A B C D parallelogrammum æquale est E F G H parallelogrammo. Ergo parallelogramma, &c. Quod demonstrare oportuit.

e ax 1.

Propos. 37. Theor. 27.

Triangula super eadem basi, & in ijsdem parallelis constituta, inter se sunt æqualia.

SVnto triangula A B C, D C B super eadem basi B C; & in ijsdem parallelis A D, B C constituta. Dico triangulum A B C æquale esse triangulo D B C. Producatur A D, vtrinque ad E, & F; *a* & per B ipsi C A. per C verò ipsi B D, parallelæ ducantur B E, C F. Vtrumq; ergo E B A C, D B C F parallelogrammum est: *b* suntq; æqualia, quippe in eadem basi B C; & in ijsdem parallelis B C, E F constituta. *c* Et est parallelogrammi E B C A, dimidium triangulum A B C; diametrus enim A B ipsum bisecat: Parallelogrammi verò D B C F, dimidium est triangulum D B C; nam diametrus D C ipsum bisecat. *d* Quæ autem æqualium sunt dimidia, & ipsa sunt æqualia. Triangula ergo super eadem basi, &c. quod oportuit demonstrare.



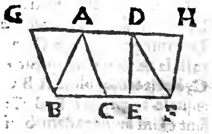
a prop. 32. 1.
b prop. 35. 1.
c prop. 34. 1
d ax. 7.

Pro-

Propof.38. Theor.28.

Triangula fuper æqualibus bafibus; & in ijfdem parallelis conftituta, inter fe funt æqualia.

SVnto triangula A B C, D E F fuper æqualibus bafibus B C; E F; & in ijfdem parallelis B F, D A conftituta. Dico illa effe æqualia. Producatur enim A D vtrinq; ad G & H.



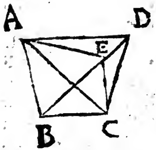
a Atque per B, & F ducantur ipfis C A, D E parallelæ B G: F H, eritq; vtrumq; G B C A, D E F H, parallelogrammum, *b* Et funt æqualia quippe fuper æqualibus bafibus B C, E F, & in ijfdem parallelis B F, G H conftituta, *c* eftq; triangulum A B C dimidium parallelogrammi G B C A; ipfum enim diametrus A B bifecat: Et triangulum F E D eft dimidium parallelogrammi D E F H; *c* nam & ipfum diametrus F D bifecat. *d* Quæ autem æqualium funt dimidia, & ipfa funt æqualia. Triangulum igitur A B C eft æquale triangulo D E F. Quare triangula fuper æqualibus bafibus, &c. Quod oportuit demonftrare.

a *prop.* 31. 1.
b *prop.* 36. 1.
c *prop.* 34. 1.
c *prop.* 34. 1.
d *ax.* 7.

Propoſitio 39. Theor. 29.

Triangula æqualia ſuper eadem baſi, & ad eaſdem partes conſtituta, in iiſdem ſunt parallelis.

SVnto triangula æqualia A B C, D B C ſuper eadem baſi B C conſtituta. Dico illa in iiſdem eſſe parallelis: Ducta enim A D, dico illam eſſe parallelam ipſi B C. Si non. a Ducatur per A ipſi B C parallela A E: iuncta igitur E C, b erit triangulum A B C æquale triangulo E B C; ſunt enim ſuper eadem baſi B C, & in iiſdem parallelis B C, A E. Sed triangulo A B C æquale ponitur triangulum D B C. c erit ergo D B C triangulum æquale ipſi E B C triangulo maius minori, quod fieri nequit: non ergo A E parallela eſt ipſi B C. pari modo demonſtrabimus quod nulla alia præter A D. Sunt igitur A D, B C parallelæ. Quare triangula æqualia ſuper eadem baſi, &c. Quod oportuit demonſtrare.



a prop. 31. 1.

b prop. 35. 1.

c ax. 1.

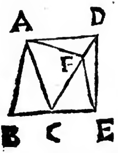
Propoſitio 40. Theor. 30.

Æqualia triangula ſuper æqualibus baſibus, & ad eaſdem partes conſtituta, in iiſdem ſunt parallelis.

SVnto æqualia triangula A B C, C D E ſuper æqualibus baſibus B C, C E conſtituta. Dico illa

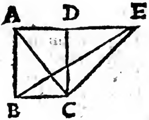
illa in ijſdem parallelis eſſe. Si non: *a* Ducatur per A ipſi B E parallela F A. iuncta ergo F B, *b* erit triangulum A B C æquale triangulo F C E. Sunt enim ſuper æqualibus baſibus B C, C E, & in ijſdem parallelis B E, A F. Sed triangulum A B C æquale etiã eſt triangulo D C E: *c* erit ergo & D C E ipſi F C E æquale, maius minori, quod fieri nequit: non ergo A F ipſi B E parallela eſt. Similiter oſtendemus, quod præter A D, nulla alia. A D ergo ipſi B E parallela eſt. Triangula ergo æqualia, &c. quod demonſtrare oportuit.

a prop. 31. 1.
b prop. 38. 1.
c ax. 1.



Propoſ. 41. Theor. 31.

Si parallelogrammum, & triangulum eandem habuerint baſim, ſintq; in ijſdem parallelis, erit parallelogrammum duplum trianguli.



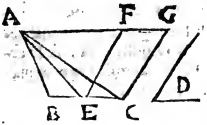
Sint parallelogrãmum A B C D, & triangulum E B C ſuper eadem baſi B C; & in ijſdem parallelis B C, A E. dico parallelogrammum A B C D duplum eſſe trianguli E B C. Ducta enim A C, *a* erit triangulum A B C æquale triangulo E B C: habent quippe eandem baſim B C, & ſunt in ijſdẽ paral-

a prop. 37. 1.

b *prop.* parallelis B C, A E. Sed parallelogrammum A B
34. 1. C D duplum est trianguli A B C; *b* diametrus enim
c *ax.* 1. A C ipsum bisecat: *c* quare & trianguli E B C du-
plum erit. Si igitur parallelogrammum & trian-
gulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 42. Probl. 11.

Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

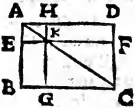


Esto datum triangulū A B C: datus angulus rectilineus D. oporteat autem triangulo A B C ęquale parallelogrāmum constituere in
a *prop.* dato angulo D. *a* Bisecetur B C in E; iungatur A E;
10. 1. & *b* constituatur ad E rectæ E C angulo D æqualis
b *prop.* angulus C E F. Atq; *c* per A quidem agatur ipsi
23. 1. E C parallela A G. per C verò ipsi E F parallela C
c *prop.* G, eritq; F E C G parallelogrammum. Et quia B E,
31. E C æquales sunt, *d* erunt & triangula A B E, A E
d *prop.* C æqualia; quippe super æqualibus basibus B E, E
37. 1. C, & in ijsdem parallelis B C, A G constituta: duplum ergo est triangulum A B C trianguli A E C:
sed *e* parallelogrammum F E C G duplum quoq;
e *prop.* est trianguli A E C. Sunt enim super eadem basi
41. 1. E C, & in ijsdem parallelis E C, A G: est ergo parallelogrammū F E C G æquale triangulo A B C; habetq; angulum C E F æqualem dato angulo D. Dato ergo triāgulo A B C æquale parallelogrammum F E C G constitutum est in angulo F E C, dato angulo D, æquali. Quod facere oportuit.

Pro-

Propos. 43. Theor. 32.

Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum complementa sunt inter se æqualia.



SIt parallelogrammum A B C D, diametrus eius A C; circa A C parallelogramma sint E H, F G: & quæ dicuntur complementa B K, K D. Dico complementa B K, K D æqualia esse. quia enim A B C D parallelogrammum est, diametrus eius A C; fit *a* vt triangula A B C, A D C æqualia sint. Rursus quia E K H A parallelogrammum est, eius diametrus A K: *b* erunt triangula E A K, A H K æqualia. Eandem ob causam erunt æqualia triangula K F C, K G C. Cum igitur tam triangula A E K, A H K, quam K G C, K F C sint æqualia; erút & duo A E K, K G C, duobus A H K, K F C æqualia. Est verò & totum A B C toti A D C æquale: igitur reliquo complemento K D, reliquum B K est æquale. Omnis igitur parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 34. 1.
b *prop.* 34. 1.

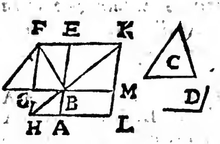
Propos. 44. Probl. 12.

Ad datam rectam lineam dato triangulo æquale parallelogrammum applicare, in dato angulo rectilineo.

SIt data recta A B; datus triangulus C; datus angulus rectilineus D. Oporteat autem ad da-

tam

tam rectam A B dato triangulo C æquale parallelogrammum applicare in angulo æquali angulo



a prop. 42. 1. D. *a* Constituatur triangulo C æquale parallelogrammum BE FG in angulo E B G æquali angulo D. & iaceat B E ipsi AB indirectum; producatur F G in
b prop. 31. 1. H; *b* per A alterutri ipsarum B G, E F agatur parallela A H, & iungatur H B. Et quia in parallelas
c prop. 29. 1. A H, E F recta H F incidit, *c* erunt anguli A H F, H F E duobus rectis æquales: *d* ergo B H G, G F E
d ax. 9. duobus rectis sunt minores: *e* quæ autem à mino-
e ax. 11. ribus angulis quam sint duo recti in infinitum producuntur, concurrunt: igitur H B, F E producta
f prop. concurrent; concurrant in K; *f* & per K ad alteru-
31. 1. tram ipsarum E A, F H ducatur parallela K L, productis H A, G B in L, M: erit igitur H L K F paral-
g prop. lelogrammum, diametrus eius H K: *g* parallelo-
43. 1. gramma circa H K, erunt A G, M E. Complemen-
h prop. ta L B, B F: *h* ergo L B ipsi B F æquale est: sed & C
43. 1. ipsi B F est æquale: *i* erit igitur & L B ipsi C æqua-
i ax. 1. le. Et *k* quia angulus G B E æqualis est angulo
k prop. A B M; & G B E æqualis angulo D: *l* erit & A B M,
15. 1. ipsi D æqualis. Ad datam ergo rectam, &c. Quod
l ax. 1. facere oportuit.

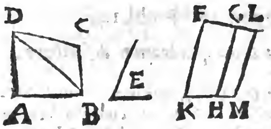
Propos. 45. Probl. 13.

Dato rectilineo æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

ESto datum rectilineum A B C D: datus angulus rectilineus E. Oporteat autem ipsi A B

CD

C D æquale parallelogrammum in dato angulo
E constituere. iungatur D B, & *a* constituatur trian *a prop.*
gulo A B D *42. 1.*



æquale paral
lelogrammũ
F H in angu-
lo H K F æ-
quali angulo
E. Deinde *b* *b prop.*
applicetur ad *44. 1.*
lineam G H parallelogrammum G M triangulo
D B C æquale, in angulo G H M æquali angulo E. *c per*
Et *c* quia angulus E vtriq; H K F, G H M est æqua- *struct.*
lis: erunt & H K F, G H M æquales: addatur com-
munis K H G: *d* ergo H K F, K H G æquales erunt *d ax. 2.*
his G H M, K H G: at hi *e* sunt æquales duobus re- *e prop.*
ctis; ergo & illi. Quare ad punctum H rectæ G H *29. 1.*
positæ sunt duæ lineæ K H, H M non ad easdem
partes, facientes angulos deinceps æquales duobus
rectis, *f* in directum ergo erunt K H, H M. Et quia *f prop.*
in parallelas K M, F G recta incidit H G, *g* erunt *14. 1.*
anguli alterni M H G, H G F æquales: Communis *g prop.*
apponatur H G L: *i* erunt ergo hi M H G, H G L, *27. 1.*
his H G F, H G L, æquales; *k* at illi sunt æquales *i ax 2.*
duobus rectis: ergo & hi: *l* in directum ergo est F *k prop.*
G ipsi, G L. Et quia tam K F, H G quam H G, M *29. 1.*
L æquales & parallelæ sunt: *m* erunt & K F, M L *l prop.*
æquales & parallelæ: & coniungunt illas rectæ K *14. 1.*
M, F L: *n* ergo & K M, F L æquales & parallelæ *m prop.*
erunt. Parallelogrammum ergo est K F L M. & *30. 1.*
cum triangulum A B D æquale sit parallelogram- *n prop.*
mo H F; & triangulum D B C parallelogrammo *33. 1.*
G M, erit totum rectilineum A B C D toti K F L
M æquale. Dato ergo rectilineo A B C D æqua-

le

le parallelogrammum constituimus K F L M, in angulo dato E. Quod facere oportebat.

Propos. 46. Probl. 14.

A data recta linea quadratum describere.

Esto data recta A B, à qua quadratum describere oporteat. *a* Ducatur à puncto A rectæ A B ad angulos rectos A C; & fiat *h* ipsi A B æqualis A D; & à D ipsi A B agatur parallela D E: *i* per B verò ipsi A D ducatur parallela B E: est ergo A D E B parallelogrammum: *b* vnde A B ipsi D E, & A D ipsi B E æqualis erit: *c* sed & A B æqualis est ipsi A D. Omnes ergo quatuor B A, A D, D E, B E sunt æquales; est ergo A D E B æquilaterum. dico quod & rectangulum. Cum enim recta A D in parallelas A B, D E incidat, *d* erunt anguli B A D, A D E æquales duobus rectis. *e* rectus autem est B A D: ergo & A D E. *f* Parallelogrammorum autem spaciorum anguli & latera, quæ ex aduerso, æqualia sunt; erit igitur vterq; A B E, B E D rectus: rectangulum igitur est A D E B. Ostensum autem est & æquilaterum: *g* ergo est quadratum; & à recta A B descriptum. Quod oportebat facere.

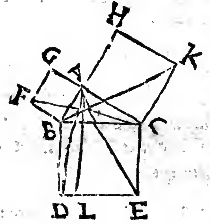
a *prop.* 11. 1.
h *prop.* 34. 1.
i *per struct.*
b *prop.* 34. 1.
c *per struct.*
d *prop.* 29. 1.
e *per struct.*
f *prop.* 34. 1.
g *def.* 27.

Propositio 47. Theor. 43.

In rectangulis triangulis, quod à latere rectum angulum subtendente describitur quadratum,

tum, æquale eſt illis, quæ à lateribus rectum comprehēdentibus deſcribuntur quadratis.

ESto triangulum rectangulum A B C, rectum habens B A C. Dico quadratum à latere B C deſcriptum, æquale eſſe quadratis à lateribus B A, A C deſcriptis. *a* deſcribantur à rectis B C, B A, A C quadrata B D C E; G B; H C; & *b* per A, vtriq; B D, C E agatur parallela A L. iunganturq; A D, F C. Et quia vterq; angulorum B A C, B A G rectus eſt, ſuntq; ad punctū A lineæ A B duæ rectæ A C, A G poſitę, faciētes angulos deinceps duobus rectis æquales, *c* erit A G ipſi A C in directum. Eandem ob cauſam eſt A B ipſi A H in directum. Et quia angulus D B C æqualis eſt angulo F B A, quod vterq; ſit rectus, ſi apponatur communis A B C: *d* erit totus D B A, toti F B C æqualis. Cumque duæ D B, B A, duabus B C, B F æquales ſint, altera alteri, & angulus D B A, angulo F B C æqualis; *e* erit & baſis A D, baſi F C æqualis, & triangulum A B D, triangulo F B C: *f* eſtq; trianguli A B D parallelogrammum B L duplum; habent enim eandem Baſim B D, & ſunt in iiſdem parallelis B D, A L. *g* Trianguli verò F B C duplum eſt quadratum G B; habent enim eandem baſim F B, & ſunt in iiſdem parallelis F B, G C;

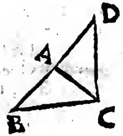


a *prop.* 46. 1.
b *prop.* 31. 1.
c *prop.* 14. 1.
d *ax.* 2
e *prop.* 4. 1.
f *prop.* 41. 1.
g *prop.* 41. 1.

h *ax.* 1. G C; *h* quæ autem æqualium sunt dupla, æqualia inter se sunt: parallelogrammum ergo B L æquale est G B quadrato. Eodem modo iunctis A E, B K demonstrabitur C L æquale esse quadrato H C: Totum ergo quadratum D B E C æquale est duobus G B, H C quadratis: & est D B E C à B C; ipsa vero G B, H C à B A, A C, descripta: Quadratum ergo à B C descriptum æquale est quadratis à B A, A C descriptis. In rectangulis ergo Triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 48. Theor. 35.

Si quadratum ab uno trianguli latere descriptum, æquale fuerit quadratis à reliquis lateribus descriptis angulus à reliquis latebus contentus, rectus erit.



Esto quadratum à latere B C trianguli A B C descriptum, æquale quadratis à lateribus B A, A C descriptis. Dico angulum B A C rectum esse. *a* Ducatur enim ab A puncto lineæ A C ad angulos rectos recta A D, & sit *b* A D ipsi A B æqualis, iungaturq; D C Et quia D A, A B æquales sũt, erit & quadratum ab A D descriptum æquale quadrato ab A B descripto. a pponatur commune quadratum ab A C descriptum: *c* erunt igitur quadrata ipsarum D A, A C æqualia quadratis ipsarum B A, A C. Sed quadrata ipsarum D A, A C æqualia sunt quadrato ipsius D C. *d* angulus enim D A C rectus est.

a *prop.* 11. 1.

b *prop.* 2. 1.

c *ax.* 2.

d *per struct.*

est. Quadratis autem ipsarum A B, A C ponitur æquale quadratum ipsius B C. quadrata ergo ipsarum D C, B C sunt æqualia: ergo & latera. Et cum A D, A B æquales sint, communis A C, igitur duæ D A, A C, duabus B A, A C sunt æquales, & basis D C basi B C: e erit ergo & angulus D A C angulo B A C æqualis: Est vero D A C rectus: ergo & B A C rectus erit. Si ergo quadratum, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 8. 1.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

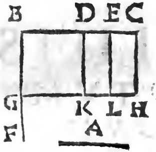
Definitiones.

1 OMne parallelogrammũ rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis angulum rectum comprehendentibus. *Vt in proposit. 1. parallelogrammum B H continetur à lineis B C, B G, quæ angulum rectum B continent.*

2 Parallelogrammi spacij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, cum duobus complementis gnomon vocetur. *Vt in proposit 5 figura C B F G H L contenta parallelogrammis D L, H F, & quadrato D C.*

Propositio 1. Theor. 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcunq; partes, rectangulum ab ipsis contentum, æquale erit rectangulis ab insecta, & singulis sectæ partib. contentis.

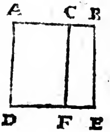


Sint duæ rectæ A, B C, quarum B C secetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & B C contentum æquale esse rectangulis contentis A, B D; & A, D E; & A, E C. a Ducatur enim ex B ipsi B C ad angulos rectos B F, fiatq; b ipsi A æqualis B G; & c per G ipsi B C parallela ducatur G H; per D, E, C verò ipsi B G parallelæ ducantur D K, E L, C H. Est autem B H æquale ipsis B K, D L, E H. Nam B H est rectangulum ipsarum A, B C; Continetur enim ipsis B C, B G, & B G est ipsi A æqualis. B K, est rectangulũ ipsarum A, B D; Continetur enim rectis G B, B D: siquidem G B ipsi A æqualis est. D L est rectangulum ipsarum A, D E; nam & D K æqualis est ipsi A. & similiter E H est rectangulum ipsarum A, E C. Est ergo quod A, B C continetur æquale illis, quæ A, B D: A, D E; & A, E C continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 11. 1.
b prop. 2. 1.
c prop. 31. 1.

Propof.2. Theor. 2.

Si recta linea fecetur vtcunque, erunt rectangula, quæ tota & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.



REcta A B fecetur vtcunq; in C. Dico rectangula ipfis A B, A C, & A B, B C cõtenta, æqualia effe, quadrato ipfius A B. *a* Defcribatur fuper A B quadratum A B D E, & ducatur per C ad vtráq; A D, B E parallela C F. *b* æquale ergo eft A E ipfis A F, C E. Eft autem A E quadratum ipfius A B, rectangulum ipfarum B A, A C eft A F; Continetur enim ipfis A D, A C; & eft A D ipfi A B æqualis. C E continetur, A B, B C; Eft autem B E æqualis ipfi A B; Ergo quæ A B, A C; & A B, C B continentur æqualia funt quadrato ipfius A B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonftrare oportebat.

a prop. 46. 1.

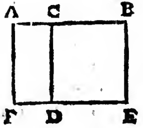
b *prop.* 1. 2.

Propof. 3. Theor.3.

Si recta linea vtcunq; fecetur, erit rectangulum tota, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte defcripto.

REcta A B fit vtcunq; fecta in C. Dico rectangulum A B, B C contentum, æquale effe, & rectangulo A C, C B; & quadrato B C contento.

a prop. *a* Describatur enim à BC quadratum C D B E, pro
46. 1. ducaturq; E D in F; & *b* per A vtriq; C D, B E pa-
b prop. rallela ducatur, A F: *c* Ergo
31. 1. A E ęquale est, ipsis AD, C E.
c prop. Estq; A E, rectangulum ipsis
1. 2. A B, B C contentum: conti-
netur enim ipsis A B, B E, &
d def. *d* est B E ipsi B C æqualis.
27. 1. A D verò est rectangulum ip
sarum A C, C B; est enim D



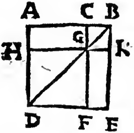
C ipsi C B æqualis. D B, deniq; est quadratum ipsius C B. Rectangulum ergo A B, B C contentum, æquale est A C, C B contento; vna cum quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcunq; secetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

Recta A B secetur vtcunque in C. Dico quadratum ipsius A B æquale esse quadratis ip-
a prop. sarum A C, C B; & rectangulo bis A C, C B con-
46. 1. tento. *a* Constituatur enim super A B quadratum
b prop. A D E B, ducaturq; B D; ac *b* per C vtrique A D, E
31. 1. B ducatur parallela C F; per G verò vtriq; A B, D
c per E parallela H K. Et *c* quia C F, A D parallelæ sunt
struct. in ipsasq; incidit B D, *d* erit externus angulus B G
d prop. C æqualis interno & opposito A D B: *e* sed A D B
29. 1. est æqualis ipsi C B D; quod & latus B A lateri A
e prop. D sit æquale; erit igitur & C G B angulus, æqualis
5. 1. G B C angulo. *f* Quare & latus B C lateri C G æ-
quale

quale erit: g sed & C B ipsi G K, & C G ipsi K B est æquale; erit ergo & G K ipsi K B æquale: æquilaterum ergo est C G K B. Dico quod & rectãgulum. Cum enim C G, B K parallelæ sint, in ipsasque incidat C B; erunt h anguli K B C, G C B æquales duobus rectis: i rectus autem est K B C; ergo & G C B rectus erit. k Quare & qui ex aduerso C G K, G K B recti erunt; rectangulum igitur est C G K B. Demonstratum autem est, quod & æquilaterum: quadratum l ergo est; & est à C B descriptum. Eandem ob causam & H F quadratum est; & est ab H G descriptum, hoc est, ab A C. Sunt ergo quadrata H F, C K ab ipsis A C. C B descripta. Et quia A G ipsi G E m æquale est, estque A G quod A C, C B continetur; sunt enim G C, C B æquales; erit & G E æquale A C, C B contento. Ergo A G, G E æqualia sunt bis A C, C B contento. Sunt autem & H F; C K quadrata ipsarum A C, B C quatuor ergo H F, C K, A G, G E æqualia sunt, & quadratis ipsarum A C, C B; & rectangulo bis A C, C B contento. Sed H F, C K, A G, G E constituunt totum A D E B, quod est quadratum ipsius A B. Quadratum ergo ipsius A B æquale est quadratis ipsarum A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. Si ergo, &c. Quod demonstrare oportuit.



f prop. 6. 1.
g prop. 33. 1.
h prop. 29. 1.
i def. 27. 1.
k prop. 34. 1.
l def. 27. 1.
m prop. 43. 1.

Alia demonstratio.

DIco quadratum ipsius A B ęquale esse quadratis partium A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. In eadem figura, cum B A, A D sint

a *prop.* æquales, *a* erunt & anguli A B D, A D B æquales.
5. 1. Et *b* cum omnis trianguli tres anguli æquales sint
b *prop.* duob. rectis; erunt & trianguli A B D tres A B D, A
32. 1. D B, B A D æquales duob rectis. *c* & est B A D re-
c *per* ctus: ergo reliqui A B D, A D B vni recto æquales;
struct. cumq; sint æquales, erit vterque semirectus. *d* re-
d *per* ctus autem est B C G, est namq; æqualis angulo op
struct. posito ad A; reliquus ergo C G B semirectus est: *f*
& per igitur æquales sunt C G B, C B G: *g* quare & late-
29. 1. ra B C, C G æqualia erunt: *h* sed C B æquale est ip-
f *prop.* si K G, & C G ipsi B K: ergo C K est æquilaterum;
32. 1. *i* cumq; habeat angulum C B K rectum: quadra-
g *prop.* tum erit C K, & quidem, quod fit ex C B. Eandem
6. 1. ob causam quadratum est F H, estque æquale illi,
h *prop.* quod fit ex A C: sunt ergo C K, H F quadrata; æ-
33. 1. qualiaque quadratis ipsarum A C, C B. Et *k* cum
i *per* A G, E G æqualia sint, sitq; A G id, quod A C, C B
struct. continetur, sunt enim C G, C B æquales: ergo E G
k *prop.* æquale est contento A C, C B: igitur A G, G E æ-
43. 1. qualia sunt bis A C, C B contento. Sunt verò & C K, H F æqualia quadratis ipsarum A C, C B: Ergo C K, H F, A G, G E æqualia sunt quadratis ipsarum A C, C B; & bis A C, C B contento: sed C K, H F, A G, G E totum A E constituunt, quod est ipsius A B quadratum. Ergo quadratum ipsius A B æquale est quadratis ipsarum A C, C B, & rectangulo bis A C, C B contento. Quod oportuit demonstrare.

Corollarium.

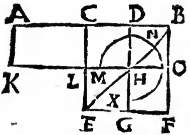
EX his manifestum est in quadrati spacijs illa quæ circa diametrum sunt, quadrata esse.

Pro-

Propos. 5. Theor. 5.

Si recta linea secetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contentum vna cum quadrato lineæ, quæ inter sectiones interijcitur æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

RECta A B *a* secetur in æqualia ad C; in inæqualia ad D. Dico contentum A D, D B rectangulum cum quadrato quod ex C D, æquale esse quadrato ipsius C B, *b* Describatur enim super B C quadratum C E F B; & ducatur B E; *c* atque per D vtriq; C E, B F ducatur parallela D G: per H verò vtriq; C B, E F parallela K O. Rursusq; per A vtriq; C L, B O parallela A K; & cum complementa C H, H F *d* æqualia sint, si addatur commune D O; erit totum C O, toti D F æquale. Sed C O æquale est A L; quod & A C ipsi C B sit æqualis: erit igitur & A L ipsi D F æquale: si addatur cõmune C H, erit A H ipsis D F, D L æquale: sed A H, contento A D, D B est æquale; *e* est enim, & D H ipsi D B æqualis: F D, D L autem sunt gnomon M N X: *f* ergo gnomon M N X est æqualis A D, D B contento. Si L G commune, quod est æquale quadrato ex C D, addatur: erunt M N X gnomon, & L G æqualia contento A D, D B, & illi quod ex C D fit quadrato. Sed gnomon M N X, & L G totum C E F B



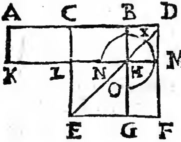
a prop. 10. 1.
b prop. 46. 1.
c prop. 46. 1.
d prop. 43. 1.
e Corol. 4. prop. 2.
f ax. 1.

quadratum, quod est quadratum ex C B: ergo A D, D B contentum, cum quadrato quod fit ex C D, æquale est quadrato ipsius C B. Si ergo recta linea secetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 6. Theor. 6.

Si recta linea bisecetur, eiq; in directum quædam recta adijciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota composita, & adiecta, vnà cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato quod fit ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adijciaturq; ei quædam B D in directum. Dico rectangulum A D, D B contentum, cum quadrato rectæ C B, æ-
a prop. quale esse quadrato quod fit ex C D. a Describatur
46. 1. enim super C D quadratum C E F D; ducaturque
b prop. D E. & b per B quidem
31. 1. vtriq; E C, D F parallela ducatur B G: per H verò vtriq; A D, E F parallela K M. Item per A vtriq; C L, D M parallela A K. Cum igitur A C æqualis sit

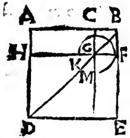


c prop. rectæ C B; erit & A L æquale ipsi C H: sed C H c
43. 1. æquale est ipsi H F: ergo & A L, æquale est ipsi H
d ax. 2. F. Commune addatur C M: d totum ergo A M gnomoni N X O erit æquale: sed A M est quod
e def. continetur A D, D B (est e enim D M æqualis ipsi
57. D B:) & gnomon N X O æqualis est A D, D B contento. Commune addatur L G, quod est æquale qua-

quadrato rectæ C B: ergo contentum A D, D B, cum quadrato ipsius B C, æquale est gnomoni N X O, & L G, Sed gnomon N X O, & L G sunt quadratum C E F D, quod est quadratum ipsius C D: ergo quod A D, D B continetur, cum quadrato ipsius B C, æquale est ipsius C D quadrato. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 7. Theor. 7.

Si recta linea secetur vtcumq; , quod à tota, quodq; ab vna partium fit, vtraq; quadrata, æqualia sunt ei, quod bis à tota & dicta parte fit rectangulo, vna cum alterius partis quadrato.



REcta A B secetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex A B, C B fiunt, æqualia esse bi A B, B C contento, & quadrato quod fit ex A C. *a* Describatur enim super A B quadratũ A D E B, & figura * construatur. Et quia A G, G E æqualia sunt, si commune C F addatur, erunt tota A F, C E æqualia: vtraq; ergo A F, C E dupla sunt ipsius A F: sed A F, C E sunt gnomon K L M & C F quadratum: gnomon ergo K L M, & C F dupla sunt ipsius A F. Est vero eiusdem A F duplum bis A B, B C contentum; *b* sunt enim, B F, B C æquales. Gnomon ergo K L M, & C F æquantur bis A B, B C contento. Commune addatur D G, quod est quadratum ex A C: gnomon ergo K L M, & quadrata B G, G D

a prop. 46. 1.
** vt in præcedentib.*
b *def. 27.*

GD æquantur bis AB,BC contento, & quadrato quod ex AC. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD sunt totum ADEB, & CF; quæ sunt ex AB, BC quadrata. Quadrata ergo ex AB, BC æquantur bis AB, BC contento,& quadrato ex AC: si ergo, recta linea,&c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 8. Theor. 8.

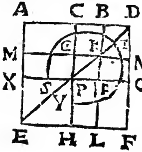
Si recta linea secetur vtcumq;, rectangulum quater tota, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale est quadrato à tota & dicta parte, tanquam ab vna linea descripto.

Recta AB sit secta vtcumq; in C. Dico rectangulum quater AB,BC contentum, cum eo, quod fit ex AC quadrato æquale esse quadrato, quod fit ex AB,BC, tanquam ex vna linea. Producatur enim AB in directum, & sit BD æqualis CB; & *a* super AD constituatur quadratum AEFD,& dupla figura construatur. Quia igitur CB ipsis BD; GK; BD verò ipsi KN æqualis est; erunt & GK, KN æquales. Ob eandem causam, erunt PR, RO æquales. Cumq; tam BC, BD; quam GK,KN æquales sint; *b* erunt etiam tam CK,KD: quam GR, RN æqualia sed CK,RN *c* sunt æqualia (sunt enim com-

a prop. 46. 1.

b prop. 36. 1.

c prop. 43. 1.



complementa parallelogrammi C O) igitur & K D, G R æqualia erunt. Quatuor ergo D K, C K, G R, R N æqualia sunt: quatuor ergo illa sunt quadruplicia ipsius C K. Rursus cum C B ipsi B D: B D *d* ipsi B K, hoc est, ipsi C G; & C B ipsi G K, hoc est, ipsi G P æqualis sit, erit C G ipsi G P æqualis. Et cum C G ipsi G P; & P R ipsi R O æqualis sit; erit & A G ipsi M P; & P L ipsi R F æquale. Sed M P, P L sunt *e* æqualia, quippe parallelogrammi M L complementa, erunt & A G, R F æqualia. Quatuor ergo A G, M P, P L, R F sunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia sunt ipsius A G, Ostensa autem sunt & C K, K D, G R, R N ipsius C K quadruplicia: ergo octo illi quæ gnomonem S T Y continent, quadrupla sunt ipsius A K: & cum A K contento A B, B D sit æquale, est enim B K, ipsi B D æqualis, erit quater A B, B D contentum, quadruplum ipsius A K. ostensus est autem & gnomon S T Y quadruplex ipsius A K. Quod ergo quater A B, B D continetur æquale est gnomoni S T Y. Commune addatur X H (quod æquale est quadrato ex A C) quater ergo A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato quod fit ex A C, æquale est gnomoni S T Y, & X H. Sed gnomon & X H sunt A E F D quadratum, quod est quadratum ex A D: ergo quater A B, B D contentum rectangulum, cum quadrato ex A C, est æquale illi, quod fit ex A D quadrato, hoc est, quod fit ex A B, B C tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

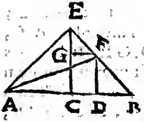
d *corol. 4. 2. & def 27.*

e *prop. 43. 1.*

Pro-

Propos. 9. Theor. 9.

Si recta linea secetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partium inæqualium dupla sunt, & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ intersectiones intercipitur quadrati.



SEcetur recta A B in C æqualiter, in D inæqualiter. Dico quadrata ex A D, D B dupla esse eorum, quæ ex A C, C D fiunt. *a* Ducatur ex C ipsi A B ad angulos

a prop. 21. 1.

rectos E C, quæ sit vtriq; A C, C B æqualis, ducanturque E A, E B. Atq; per D ipsi E C agatur parallela D F: per F verò ipsi A B parallella F G iungaturq; A F. Et quia A C, C E

b prop. 5. 1. æquales sunt; *b* erunt & anguli E A C, A E C æquales. Et cum angulus ad C rectus sit; *c* erunt reliqui

c prop. 32. 1. A E C, E A C vni recto æquales, ideoq; semirecti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti erunt: vnde totus A E B rectus erit. Cumq; G E F semi-

d prop. 29. 1. rectus sit; *d* rectus E G F (est enim interno & opposito E C B æqualis) erit reliquus E F G semirectus: Ergo G E F ipsi E F G est æqualis; *e* quare

e prop. 23. 1. & latus E G lateri F G æquale erit. Rursus cum angulus ad B semirectus sit; rectus F D B (est enim æqualis interno & opposito E C B) erit reliquus B F D semirectus. Est ergo angulus ad B æqualis D

f pr p. 6. 1. F B angulo. *f* Quare & latus D F lateri D B æquale erit: Et cum A C, C E æquales sint, erunt & quadrata

drata ex A C, C E æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex A C: g æquale autem est quadratis ex A C, C E quadratum ex E A (nam angulus A C E rectus est) est igitur quod ex E A duplum eius quod ex A C. Rursus cum E G, G F æquales sint; erunt & quæ ex E G, G F quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius quod fit ex G F: Et h æqualis eius, quod ex E F: ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex G F quadrati (sunt autem G F, C D æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quæ ex A C; C D. Quadratis autem ex A E, E F, i æquale est quod ex A F (est enim angulus A E F, rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex A C, C D: ei autem, quod ex A F k æqualia sunt quæ ex A D, D F fiunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quæ ex A D, D F dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D quadratorum (sunt autem D F, D B æquales) ergo quæ ex A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

g prop. 6. 1.

h prop. 47. 1.

i prop. 47. 1.

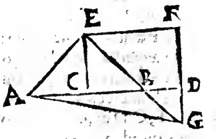
k prop. 47. 1.

Propos. 10. Theor. 10.

Si recta linea bisecetur, eique in rectum quædam alia adijciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & ad composita ex dimidia & adiecta.

Recta A B bisecetur in C, adijciaturq; ei in rectum B D. Dico quadrata quæ ex A D, D B dupla

a prop. dupla esse eorum, quæ ex A C, C D. *a* Ducatur
11. 1. enim ex C ipsi A B ad angulos rectos C E; *b* sitq;
b prop. C E ipsis, A C, C B
2. 1. æqualis; & iungantur
c prop. A E, E B, atq; *c* per E
31. 1. ipsi A D agatur parallela E F. Per D verò ipsi C E parallela D F; & cum in parallelas E C, F D



d prop. incidat E F, *d* erunt
29. 1. anguli C E F, E F D æquales duobus rectis: vnde
e ax. 11. F E B, E F D duobus rectis minores erunt. *e* Quæ autem à minoribus quam sint duo recti producuntur rectæ lineæ, concurrunt: ergo E B, F D ad partes B, D productæ concurrent: concurrant in G, iungaturq; A G. Et quia A C, C E æquales sunt,
f prop. *f* erunt & anguli A E C, E A C æquales; *g* & est
5. 1. angulus ad C rectus: ergo E A C, A E C sunt semi-
g per recti. Eandem ob causam C E B, E B C semirecti
struct. sunt: ergo A E B rectus est: cumq; E B C sit semire-
h prop ctus, *h* erit & D B G semirectus: est verò B D G
29. 1. rectus; *i* æqualis enim est angulo D C E, quod sint
i prop alterni: reliquus ergo D G B semirectus est: quare
15. 1 anguli D G B, D B G æquales sunt; *k* erunt igitur
k prop & latera B D, G D æqualia. Rursus cum E G F se-
6. 1. mirectus sit: *l* rectus qui ad F (est enim ad C oppo-
l prop. sito æqualis) erit & F E G semirectus: sunt igitur
34. 1. E G F, F E G æquales. *m* Quare & latera G F, E F
m prop æqualia erunt. Cum ergo E C, C A æquales sint;
6. 1. erit & quod ex E C quadratum, æquale ei, quod ex A C: Quadrata ergo quæ ex E C, C A, dupla sunt
n prop. eius, quod fit ex C A: illis autem, quæ ex C E, C A,
47. 1. *n* æquale est quod ex E A: ergo quod ex E A duplum

est

est eius quod ex A C. Rursus cum G F, E F sint æquales, erunt & quæ ex F G, F E quadrata æqualia. Sunt ergo quæ ex F G, F E dupla eius, quod ex E F: illis autem, quæ ex G F, F E *o* æquale est o prop.
q ex E G: ergo q ex E G duplũ est eius, q ex E F, sũt 47. 1.
autẽ E F, C D æquales: ergo quod ex E G duplum est eius quod ex C D: ostensum est autem id, quod ex E A duplum esse eius quod ex A C: quæ ergo ex A E, E G quadrata dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D: illis autem quæ ex A E, E G *p* æquale est quod ex A G: ergo quod ea A G duplum est eorum, quæ p prop.
ex A C, C D: ei autem quod ex A G, *q* æqualia 47. 1.
sunt, quæ ex A D, D G: ergo quę ex A D, D G qua- q prop.
drata dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D, æquales 47. 1.
autem sunt D G, D B. ergo quæ A D, D B quadrata, dupla sunt eorum, quæ ex A C, C D. Si ergo recta linea bisecetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

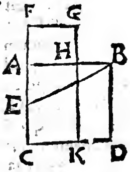
Propos. 11. Probl. 1.

Datam rectam secare, vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale sit quadrato quod fit ex reliqua parte.

Sit data recta A B, quam oporteat ita secare, vt a prop.
quod ex tota & vna partium fit rectangulum, 46. 1.
æquale sit ei, quod ex altera parte fit quadrato. *a* b prop.
Describatur ex A B quadratum A B C D, & *b* bise- 10. 1.
cetur A C in E, iungaturq; B E. producatur C A in c prop.
F, sitq; E F *c* æqualis rectæ B E. *d* constituatur su- 2. 1.
per A F quadratum F H, & producatur G H in K. d prop.
Dico rectam A B in H sectam esse, vt A B, B H 46. 1.
con-

contentum rectangulũ, æquale sit ei, quod ex A H sit quadrato. Cum enim recta A C bisecta sit in E, eique adiecta in directum A F; *e* erit C F, F A contentum, cum eo quod fit ex A E, æquale illi quod fit ex E F, sunt autem E F, E B æquales: ergo C F, F A contentum, cum eo quod fit ex A E; æquale est illi; quod ex E B quadrato: sed ei, quod ex E B *f* æqualia sunt, quæ ex B A, A E quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod C F, F A

e prop. 6 2.



f prop. 47. 1.

continetur, cum illo quod ex A E quadrato, æquale est illis, quæ ex B A, A E quadratis: Commune quod ex A E auferatur; reliquum ergo, quod C F, F A continetur, æquale est ei, quod ex A B quadrato. Est autem C F, F A contentum, ipsum F K

g def. 27. (*g* nam A F, F G sunt æquales) Quod autem fit ex A B, est A D quadratum: ergo F K, A D sunt æqualia. Commune A K auferatur: eruntq; reliqua F H, H D æqualia. Est autem H D quod A B, B H continetur *h* (sunt enim A B, B D æquales) F H au

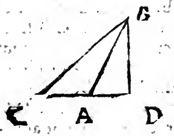
h def. 27. tem est quod fit ex A H quadratum. Ergo quod A B, B H continetur rectangulum, æquale est quadrato quod ex A H: recta ergo A B secta est in H, vt quod A B, B H continetur rectangulum æquale sit ei, quod ex A H fit quadrato. Quod facere oportebat.

Pro.

Propositio 12. Theor. 11.

In triangulis obtusangulis quadratum quod fit à latere angulum obtusum subtendente, maius est quadratis laterum obtusum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtusum continente in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius assumpta à perpendiculari ad angulum obtusum.

SIt triangulum obtusangulum A B C, obtusum angulum habens B A C. *a* Ducatur ex B ad C A productam perpendicularis B D. Dico quadratum ex B C maius esse eis, quæ ex B A, A C, rectangulo bis C A, A D contento. Cum enim recta C D secta sit vtcunq; in A; *b* erit quod ex D C æquale illis, quæ ex C A, A D quadratis; & ei, quod bis C A, A D continetur. Commune addatur, quod ex D B. Ergo quæ ex C D, D B æqualia sunt illis, quæ ex C A, A D, D B quadratis; & illi, quod bis C A, A D continetur: sed illis, quæ ex C D, D B quadratis, *c* æquale est quod ex C B, (est enim angulus ad D rectus) illis autem, quæ ex A D, D B *d* æquale est, quod ex A B quadratum. Quod igitur ex C B æquale est illis, quæ ex C A, A B quadratis, & rectangulo bis C A, A D contento.



a prop. 12. 1.
b prop. 4. 2.
c prop. 47. 1.
d prop. 47. 1.

E tento.

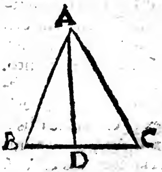
tento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab uno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

SIt acutangulum triangulum A B C, habens acutum B: *a* ducatur ab A in B C perpendicularis A D. Dico quadratum quod fit ex A C minus esse illis quæ fiunt ex C B, B A, rectangulo bis C B, B D contento. Cum enim recta C B secta sit utcumque in D; *b* erunt quæ ex C B, B D quadrata æqualia bis C B, B D contento, & illi quod ex D C quadrato. Commune addatur, quod ex A D: Ergo quæ ex C B, B D, D A quadrata, æqualia sunt bis C B, B D contento, & quadratis quæ ex A D, D C. Sed illis, quæ ex B D, D A, quale est quod ex A B (est enim angulus ad D rectus) illis verò quæ ex A D, D C æquale est quod ex A C. Ergo quæ ex C B, B A, æqualia sunt & illi quod ex A C quadrato; & illi quod bis C B, B D continetur. Quare quod ex A C quadratum minus est illis, quæ ex C B, B A quadratis, rectangulo

a prop. 12. 1.



b prop. 7. 2.

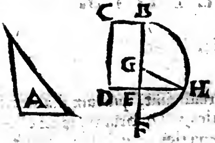
lo

lo bis B C, B D contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 14. Probl. 2.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

Esto rectilineum A, cui oporteat æquale quadratum cōstituere. *a* Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum B D. Si igitur B E, E D fuerint æquales, factum est quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratum B D. Si non; erit vna ipsarū B E, E D maior: Sit maior B E, quæ producatur in F, *b* fiatq; F E, ipsi E D æqualis, *c* bisecetur q; F B in G, & centro G, interuallo G B, aut G F describatur semicirculus B H F, & producatur D E in H, ducaturq; G H. Cum itaq; recta B F secta sit æqualiter in G, inæqualiter in E; *d* erit quod B E, E F cōtinetur, cum eo quod ex E G quadrato, æquale ei quod ex G F quadrato. Sunt autem G F, G H æquales. Quod ergo B E, E F continetur cum eo quod ex G E, æquale est illi, quod ex G H: illi verò quod ex G H, *e* æqualia sunt quæ ex H E, G E quadrata: ergo quod B E, E F continetur, cum eo quod ex G E, æquale est illis, quæ ex H E, G E: Commune auferatur, quod ex G E; & erit reliquū, quod B E, E F continetur, æquale ei, quod ex E H quadrato: sed quod B E, E F continetur est ipsum B D, siquidem E F, E D sunt æquales: parallelogrammum ergo B D æquale est ei quod ex H E, quadrato: Est autem B D æquale rectilineo A: ergo



a prop. 45. 1.

b prop. 2. 1.

c prop. 10. 1.

d prop. 5. 2.

e prop. 47. 1.

go rectilineum A æquale est quadrato ex E H descripto. Dato ergo rectilineo A, æquale quadratum constituimus, id nimirum quod ex E H. Quod facere oportuit.

ELEMENTVM TERTIVM EVCLIDIS.

Definitiones.

1 Equales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales; vel quorum quę ex centris sunt æquales.

2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipsum non secat. *In figura propos 16 linea A E tangit circulum A B C. In 18 & 19. D E tangit circulum A B C.*

3 Circuli se tangere dicuntur, qui seipsos contingentes; se ipsos non secant. *Circuli se contingunt aut interius; vt Propos. 6. circuli A B C, D E C; aut exterius, vt Propos. 12. circuli B A C, D A E.*

4 In circulo æqualiter à centro distare dicuntur rectæ lineæ, cum à centro ad ipsas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt Propos. 14. lineæ A B, C D à centro E, æqualiter distant quod E F, E G sint æquales.*

5. Magis distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

6 Portio circuli, est figura quæ recta linea & circuli

circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones A C B, A E B.*

7 Portionis angulus est, qui recta linea, & circuli circumferentia continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli C A B, E A B, rectis A B, & peripherijs C A, E A contenti.*

8 In portione angulus est, cum in circumferentia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quæ est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26. propos angulus E D F est in portione E D F.*

9 Quando vero lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in propos 27. angulus E D F insistit peripheriæ E F.*

10 Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum comprehendentibus, & peripheria ab ipsis assumpta: *Vt in propos. 27. sector dicitur figura E H F.*

11 Similes circuli portiones sunt, quæ capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

Propos. I. Probl. I.

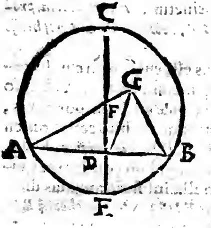
Dati circuli centrum inuenire:

ESto datus circulus A B C, cuius centrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea A B vtcunque, *a* bifeceturq; in D; atq; per D ipsi A B ad *b* angulos rectos erigatur D C, *c* quæ producatur in E, & *d* bisecetur C E in F. Dico F centrum esse circuli A B C. *Si* non; sit, si fieri potest, G, ducanturque G A, G D, G B; & cum A D, D B

a prop. 10. 1.
b prop. 11. 1.
c postul. 2.

d prop. 10. 1. e prop. 8. 1. f prop. 8. 1.

æquales sint, communis D G; e erunt duæ A D, D G, duabus G D, D B æquales, altera alteri; f & basis G A æqualis basi G B; sunt enim ex centro G: ergo & anguli A D G, G D B equales erũt: Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps equales fecerit, rectus erit vterq; angulorum: rectus ergo est G D B; sed & F D B rectus est; est ergo angulus F D B equalis angulo G D B, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum est. Similiter ostendemus quod præter F nullum aliud: F ergo centrum est. Quod inuenire oportuit.



Corollarium.

EX his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

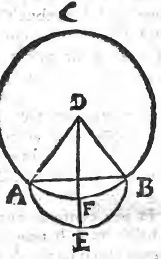
Propos. 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.

ESto circulus A B C, & in eius peripheria accipiantur quæcunq; duo puncta A, B. Dico

rectam

rectam, quę ex A in B ducitur intra circulum cadere. Si non: Cadat, si fieri potest, extra, vt A E B, & accipiatur centrum circuli A B C, quod sit D, iunganturque D A, D B, & producatur D F in E.



Quia D A *a* æqualis est ipsi D B; *b* erit & angulus D A E angulo D B E æqualis; cumq; trianguli D A E vnum latus A E productum sit in B, *c* erit angulus D E B maior angulo D A E: æquales sunt autem anguli D A E, D B E, maior ergò est D E B angulus, quam D B E; *d* maior autem angulus maius latus subtendit; maius ergò est D B latus, quam D E *e* at D B ipsi D F æquale est; maius ergo est D F, quã D E, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 15.
b prop. 5. 1.
c prop. 16. 1.
d prop. 19.
e def. 15.

Propos. 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per centrum ducta, rectam non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoque secabit.

Esto circulus A B C, & recta quædam C D per centrum, rectam quandam A B non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim centrum E, ducanturq; E A. E B. Cumque A F, F B æquales sint, communis F E; erunt duæ A F, F E duabus F B, F E, æquales basisq; E A, basi E B: *a* ergo & angulus A F E angulo B F E æqualis erit. Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, *b* rectus erit vterque æqualium angulorum: vterq; ergo A F E, B F E rectus erit: ergo C D per centrum ducta bisecans A B non per centrum ductam, & ad angulos rectos ipsam secabit. Sed iam C D ad angulos rectos secet ipsam A B; dico & bisecare ipsam, hoc est, A F, F B æquales esse. ijsdem constructis, cum E A, E B æquales sint; *c* erunt & anguli E A F, E B F æquales: est autem rectus A F E recto B F E æqualis: duo ergo triangula E A F, E F B, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & vnum latus vni lateri, nempe commune E F, quod vni æqualium angulorum subtenditur, *d* habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo sunt A F, F B. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 8. 1.

b def. 10. 1.

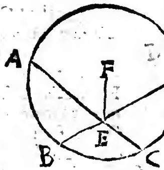
c prop. 5. 1.

d prop. 26. 1.

Pro-

Propos.4. Theor.3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



ESto circulus A B C D, in eoq; duæ rectæ A C, B D non per centrum ductæ, se inuicem in E secent. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & A E, E C; & D E, B E æquales; & accipiatur centrum F ducaturq; F E. Cum ergo recta quædam F E per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam bisecet, ad rectos *a* angulos ipsam secabit: angulus ergo F E A rectus est. Rursus cum recta F E, rectam quandam B D non per centrum ductam bisecet, ad *b* angulos rectos ipsam secabit; rectus ergo est F E B. Ostensus autem est & F E A rectus: ergo F E A, æqualis est F E B, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo A C, B D se bifariam secant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 3. 3.
b prop. 3. 3.

Propositio 5. Theor.4.

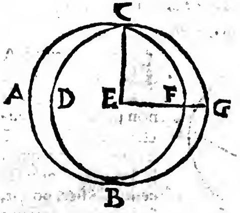
Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.

DVo circuli A B C, C D G se inuicem secent in B, & C. dico ipsorum non esse idem centrum.

trum. Si eſt; Eſto E, iungatur E C; & ducatur E F G vtcunq. Et quia E centrum eſt circuli A B C, a erit E C æqualis E F. Rurſus quia E cẽtrum eſt circuli C D G b erit & E C æqualis E G: Oſtenſa eſt autem E C æqualis E F. erit igitur E F æqualis E G, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum eſt circulorum A B C, C D G. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

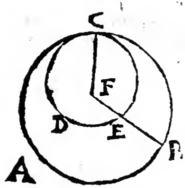
a def. 15. 1.

b def 15. 1.



Propoſ. 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius ſe contingant, non erit illorum idem centrum.



DVo circuli A B C, C D E ſe tangant interius in C. Dico illorum non eſſe idẽ centrum. Si eſt: Eſto F, iungaturq; F C, & ducatur F E B vtcunque. Cum ergo F centrum ſit circuli A B C, a erit F C æqualis F B. Et cũ F centrum etiam ſit circuli C D E, b erit F C æqualis

a def 15. 1.

b def. 15. 1.

lis F E: demonstrata est autem & F C æqualis F B: ergo F E æqualis est F B, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum est circulorum A B C; C D E. Si ergo duo circuli, &c. Quod demonstrare oportuit.

Propos. 7. Theor. 6.

Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit, ab eoq; in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua est centrum; minima reliqua. aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est: Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadent ad vtrasq; partes ipsius minimæ.

Esto circulus A B C D, diametrus eius A D, in qua sumatur punctum quoduis F, quod centrum non sit: Centrum autem sit E: Cadant ab F ad circulum rectæ quædã F B, F C, F G. Dico maximam esse F A, minimam F D: aliarum F B maiorem, quam F C; & F C maiorem quam F G. iungantur enim B E, C E, G E. Et quia omnis trianguli a duo latera reliquo maiora sunt, erunt E B, E F maiores B F; a prop. 20.1.

Est

Est autem A E ipsi B E æqualis; sunt ergo B E, E F æquales ipsi A F; maior igitur est A F quàm B F. Rursus cum B E, C E æquales sint communis E F; erunt duæ B E, E F, duabus C E, E F æquales: sed

b ax. 9. angulus B E F *b* maior est angulo C E F: erit *c* igi-
c prop. tur & basis B F maior basi C F. Eandem ob cau-
24. 1. sam maior est C F, quàm F G. Rursus cum G F, F E maiores sint quam E G: & E G, E D æquales; erunt G F, F E maiores quam E D; commu

d ax. 5. nis auferatur E F; *d* reliqua ergo G F, reliqua F D maior erit. Est ergo F A maxima; minima D F; maior autem F B, quam F C, & hæc maior quam F G. Dico secũdo, quod ex F duæ tantum æquales

e prop. ad circulum cadant vtrinq; à minima D F. *e* Con-
23. 1. stituatur enim ad E rectæ E F, angulus F E H æqualis angulo G E F; ducaturq; F H. Cum ergo G E, E H æquales sint, communis E F erunt duæ G E, E F, duabus H E, E F æquales, angulusq; G E F, an-
f prop. gulo H E F æqualis: *f* igitur & basis F G basi F H
4. 1. erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi F G nulla alia æqualis ex F ad circulum cadat. Si enim cadit; Cadat F K. Cum ergo vtraq; F K, F H ipsi F G sit
g ax. 1. æqualis; *g* erit & F K ipsi F H æqualis: propin-
h def. quior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est re-
15 motiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur E K.
i prop. Cum ergo G E, E K æquales sint, communis F E;
8. 1. item *h* basis G F basi F K æqualis; *i* erit & angulus

G E F

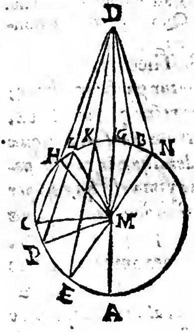
GEF angulo KEF æqualis: sed GEF æqualis est angulus HEF: ergo & HEF æqualis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vna ipsi GF æquales ad circulum cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoq; ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, reliquæ vt libet. Earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est, quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est, quæ inter punctum & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ propinquior minimæ semper remotiore minor est. Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

ESto circulus ABC, extra quem accipiatur punctum D, ab ipsoq; ducantur rectæ quædam ad circulum DA, DE, DP, DC, ducaturque DA per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam AEPC maxima sit, quæ per centrum transit, DA; minima, quæ inter punctum D, & diametrum AG interijcitur, quæ est DG; maior autem DE, quam DP, & hæc maior quam DC. Earum

rum verò quę in conuexam peripheriam H L K G cadunt semper propinquior MINIMAE D G, minor est remotiore; hoc est, D K minor est quam D L, & hæc minor quam D H. Accipiatur centrũ M, iunganturq; M E, M P, M C, M H, M L, K M. Et cum A M,



a def. 15. E M *a* æquales sint, communis addatur M D, eritq; A D æqualis vtrisq; E M, M D; sed

b prop. 20. 1. E M, M D *b* maiores sunt quam E D: ergo & A D maior est quã E D. Rursus M E, M P æquales sunt, communis addatur M D; eruntq; E M, M D æquales ipsis P M, M D: sed angulus E M D maior

c prop. 24. 1. est angulo P M D; *c* ergo & basis E D maior est basi P D. Similiter ostendemus P D maiorem esse

d prop. 20. 1. C D. Maxima ergo est D A, maior D E quam D P, & D P maior quam D C. Cumq: M K, K D *d*

e ax. 5. maiores sint quam M D; & M G æqualis M K; *e* erit reliqua K D maior reliqua G D: Quare G D minor est quam K D, est enim omnium minima. Et quia linea M K, K D à terminis lateri M D in-

f prop. 21. 1. tra triangulum M L D constitutæ sunt, *f* erunt illę minores quam M L, L D: sunt autem M K, M L æquales: ergo reliqua D K minor est, reliqua D L. Eodem modo ostendemus D L minorem esse D H.

Mini-

Minima ergo est D G; minor autem D K quam D L, & D L minor quam D H. Deinde dico, quod à puncto D tantum duæ æquales in circulum cadant ad vtrasq; partes Minimæ. *g* Constituatur ad M lineæ M D angulo K M D æqualis D M B, ducaturque D B. Cum ergo M K, M B æquales sint, M D communis; erunt duæ K M, M D, duabus B M, M D æquales, altera alteri, sunt verò & anguli K M D, B M D æquales, *h* erunt igitur & bases D K, D B æquales. Dico tertio rectæ D K à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere. Si enim potest, cadat D N. Cum ergo D K sit æqualis D N; & ipsi D K æqualis D B; erit *i* & D B ipsi D N æqualis propinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est. Aliter. Ducatur M N. Cum igitur K M, æqualis sit M N, communis M D, & basis D K æqualis basi D N, *k* erit & angulus K M D angulo D M N æqualis: sed K M D æqualis est angulo B M D: ergo & B M D æqualis erit N M D, minor maiori; quod fieri nequit: Non ergo plures quam duæ à puncto D ad circulum A B C æquales ad vtrasq; partes D G cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

g prop. 32. 1.

h prop. 4. 1.

i ax 1.

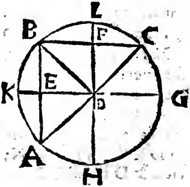
k prop. 8. 1.

Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoq; ad circulum plures quam duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum A B C acceptum punctum D, ab eoque ad circulum A B C plures quam duæ

duæ rectæ æquales cadant, nempe D A, D B, D C. Dico D centrum esse circuli A B C. iungantur A B, B C. bisecenturque in E & F, & iunctæ E D, D F, producantur in G, K: & H, L. Cum ergo A E æqualis sit E B, communis E D: erunt duæ A E, E D, duab. BE, ED ęquales; est *a* verò & basis D A basi D B ęqualis: erit *b* igitur & angulus A E D angulo B E D æqualis: *c* rectus ergo vterque est, secat *d* ergo G K ipsam A B bifariam, & ad angulos rectos. Et quia, *e* quando in circulo recta rectam secat bifariam & ad anguios rectos, in secante centrum est circuli, erit in G K centrum circuli A B C. Eadem ratione centrum erit in H L: & nullum aliud commune punctum habent rectæ G K, H L præter D: ergo D centrum circuli A B C. Si ergo intra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

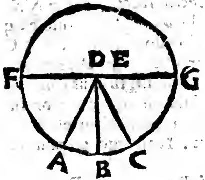


a ex hypothesi.
b prop. 8. 1.
c def. 10. 1.
d prop. 33.
e Corol prop. 1. 3.

Aliter.

INtra circulum A B C sumatur punctum D, ab eoq; ad circulum plures quam duę rectæ æquales cadant, DA, D B, D C. Dico D esse centrum circuli A B C. Si non est. Esto E, & iuncta D E producatur in F & G. *a* Est autem F G diametrus circuli A B C. Cum ergo in diametro F G acceptum sit punctum D, quod centrum circuli non est; *b* erit D G maxima; maior autem D C quam D B, & D B maior quam D A; sed & æquales sunt; quod fieri

a def. 17. 1.
b prop. 7. 3.

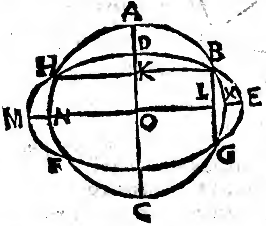


fieri non poteſt. B ergo centrum circuli A B C non eſt. Similiter oſtendemus quod præter D aliud nullum: D ergo centrum eſt circuli.

Propoſ. 10. Theor. 9.

Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non ſecat.

SI fieri poteſt ſecet circulus A B C circulum D E F in pluribus punctis quam duobus, vt in B, G, F, H, iunctæq; B G, B H *a* biſecentur in K & L; atq; ex K, & L ipſis B G, B H ad *b* angulos rectos ductæ K C, L M, in A, & E producantur. Cum ergo in circulo A B C recta quædam A C, rectam quandam B H bifariam, & ad angulos rectos ſecet, *c* erit in A C centrum circuli A B C. Rurſus cum in eodem circulo A B C recta quædam N X rectam quandam B G bifariam,



a prop. 10. 1.

b prop. 11. 1.

c prop. 3. 3.

 riam,

d prop. 5. 3. riam, & ad angulos rectos secet, d erit in N X centrum circuli A B C. Demonstratum autē est quod & in A C: atqui in nullo alio puncto rectæ A C, N X concurrunt, quam in O: est ergo O centrum circuli A B C. Similiter demonstrabimus centrum circuli D E F in O esse: duorum ergo circulorum A B C, D E F se inuicem secantium, idem est centrum

e prop. 5. 3. O: e quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum, &c.

Aliter. Circulus A B C circulum D E F, in pluribus quam duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli A B C centrum K, iunganturque K F, K G, K B. Cum ergo intra circulum D E F acceptum sit punctum K, ab eoq; ad circulum D E F cadant plures quam duæ rectæ æquales K B, K F, K G, a erit K centrū circuli D E F: sed est etiam centrum circuli A B C: Duorum ergo circulorum se secantium idem est centrum; b quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus quam duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 9. 1.

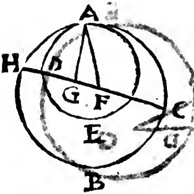
b prop. 5. 3.

Propos. 11. Theor. 10.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli A B C, A D E interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidem A B C cen-

centrum F; circuli verò A D E centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur, si producatur, in contactum cadat. Si non. Cadat aliò, vt F G D H, iunganturque A F, A G. Cum ergo A G, G F *a* maiores sint quam F A, hoc est, quam F H (æqualis enim est F A, ipsi F H, est enim vtraque ex centro) auferatur communis F G: reliqua ergo A G maior erit reliqua G H: est autem A G, ipsi G D *b* æqualis: erit ergo G D maior ipsa G H, minor maiore quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur, extra contactum A cadet. Ergo in ipsum.



a prop. 21. 1.

b def. 15. 1.

Aliter. Cadat vt G F C, quæ in H producatur, iunganturq; A G, A F. Quia ergo A G, G F *c* maiores sunt quam A F: sed A F *d* æqualis est C F, hoc est, F H: communis auferatur F G; eritq; A G, quam reliqua G H maior: hoc est, G D maior erit, quam G H; minor quam maior; quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris centrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 20. 1.

d def. 15.

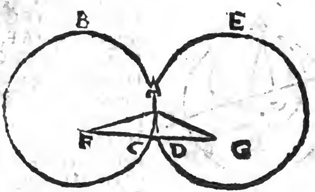
Propos. 12. Theor. 11.

Si duo circuli sese exterius contingant recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli A B C, A D E tangunt se exterius in A. accipianturq; circulorum centra quæ

F 2 sint

sint F,G. Dico, quod, quæ F,G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest,



vt F C D G; & iungantur A F, A G. Cum igitur F
a def. centrum sit circuli A B C; a erit F A, æqualis F C:
15. Et cum G sit centrum circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F
b prop. C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales.
20. 1. Quare tota F G maior erit ipsis F A, A G: sed & b minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 13. Theor. 12.

Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: & sumatur circuli A B D C
a prop. centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta
11. 3. centra G, H iungens a cadet in contactus B, D; cadat

dat & sit B G H D. Cum igitur G sit centrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipsi G D; maior igitur est B G quam H D multo ergo maior B H, quam H D. Rursus cum sit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipsi H D: ostensa est autẽ multò illa maior, quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neq; exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus pũctis vno, vt in A, & C, iunganturq; A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta sint quæcunq; puncta A, & C, a cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidem in circulum A B D C; extra verò circulum A C K. b Quod est absurdum. Non ergo circulus circulum extra in pluribus punctis vno tangit. ostensum est autem quod neq; interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

Propositio 14. Theor: 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à a quo ad rectas A B, C D perpendiculares

a prop. 12. 1.

lares ducantur E F, E G, & iungantur A E, E C. Cum ergo recta E F per centrum ducta, rectam quandam A B non per centrum ductam, ad angulos rectos se-

b prop. 3. 4. cet; b & bifariam eam secabit: æquales ergo sunt A F, F B. Ergo A B dupla est ipsius A F. Ob eandem causam est C D dupla ipsius C G: c æquales ergo sunt A

c ax 7. F, C G. cum igitur d & A E,

d definit. huius. E C æquales sint, erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato f quod ex A E,

f prop. 47. 1. æqualia quę ex A F, E F (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C ęqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cum ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex G C (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. g In circulo autem æqualiter

g def. 3. 1. à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse, iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cúq; A E, C E æquales sint, erunt & earum quadrata æ-

h prop. 47. 1. qualia. h Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quæ ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, sunt illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit & reli-

reliquum, quod ex A F, reliquo, quod ex C G, æquale, æquales ergo sunt A F, C G. Est autem ipsius A F dupla A B; & ipsius C G dupla C D; æquales ergo sunt A B, C D. In circulo ergo æquales rectæ, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

ESto circulus A B C D, cuius diametrus A D, centrum E; propinquior diametro B C, remotior sit F G. Dico maximam esse, A D, maiorem B C, quam F G. a Ducantur enim à centro ad B C, F G perpendiculares E H, E K. Et quia B C propinquior est centro, remotior F G: b maior erit E K, quam E H. c Ponatur ipsi E H æqualis E L; & per L d ducatur ipsi E K ad angulos rectos L M; qua ducta in N iungantur E M, E N, E F, E G. Cum ergo E H ipsi E L sit æqualis, e erit & B C ipsi M N æqualis. Rursus cum A E ipsi E M, E D verò ipsi E N sit æqualis; erit & A D ipsis M E, N E æqualis: sed f M E, N E ipsa M N maiores sũt: erit ergo & A D maior quam, M N. Et quia duæ M E, E N, duabus F E, E G æquales sunt; angulus verò M E N maior angulo F E G: g erit & basis M N maior basi F G: sed M N ostensa est æqualis B C: ergo & B C maior est quam F G Maxima ergo

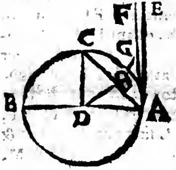
a prop. 12. 1.
b def. 5. 2.
c prop. 3. 1.
d prop. 11. 1.
e prop. 14. 3.
f prop. 20. 1.
g prop. 24. 1.

est diametrus; maior B C quam F G. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locum, qui inter rectam lineam & peripheriam interijcitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Esto circulus A B C circa centrum D, & diametrum A B. Dico rectam lineam ab A ipsi A B ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non cadat, si fieri potest, intra, vt A C, & iungatur D C. Cum ergo D A sit æqualis D C, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: est autem D A C *rectus, rectus ergo erit & A C D: sunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, a quod fieri nequit: Non ergo quæ ab A puncto ipsi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulũ cadit. Similiter ostẽdemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico secundo, in locum inter A E, & peripheriam C H A interiectum, aliam rectam non cadere. Si potest: Cadat, vt F A, ducaturq; ex D ipsi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus sit, b minor



*ex hypothesi.

a prop. 32. 1.

minor recto D A G; *c* erit A D maior quam D G: b *prop.*
est autem D A æqualis ipsi D H; maior ergo est D 32. 1.
H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. *c prop.*
Non ergo in locum recta A E, & peripheria C H 19. 1.
A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheria C H A, & recta A E contentum, minorem. Si enim est aliquis angulus maior contento recta B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & recta A E, cadat inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectà B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, C H A, & A E contento.

Corollarium.

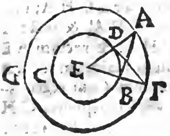
Ex his manifestum est rectam, quæ diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, *d* intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare. d *prop.* 2. 3.

Pro-

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

ESto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectam ducere, quæ circulum B C D tangat. Accipiatur centrum circuli E, ducaturq; A E, & centro E, interuallo E A describatur circulus A F G, & ex D rectæ E A ad *a* angulos rectos ducatur D F, iunganturque E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum B C D tangat.



a prop. 11. 1.

Cum enim E cētrum sit circulorum B C D, A F G; *b* erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E communem: *c* erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquiq; anguli reliquis: est igitur ipsi E D F ęqualis E B A: at E D F rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est verò E B ex centro: *d* quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.

b def. 15. 1.

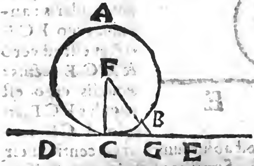
c prop 4. 1.

d Corol prop. 16 3.

Pro-

Propositio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



Tangat recta quædam D E circulum A B C in C, sumaturque centrum F, atq; ab F ad C ducatur F C. Dico F C ad D E perpendicularem esse. Si non: ducatur ab F ad D E perpendicularis F G. Cum ergo angulus F G C rectus sit; *a* erit G C F acutus: *b* cumq; maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea FC maior, quam F G: Est verò F C *c* æqualis ipsi F B: maior est ergo F B, quam FG, minor maiore, quod est absurdum: non ergo F G ad D E perpendicularis est: Similiter ostendemus præter F C nullam aliam: F C ergo ad D E est perpendicularis. Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 32. 1.
b *prop.* 19. 1.
c *def.* 15.

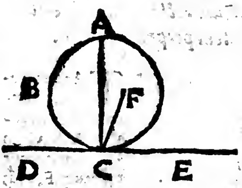
Propos. 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.

Tangat circulum A B C recta D E in C, & ex C ipsi D E ad angulos rectos ducatur C A. Dico

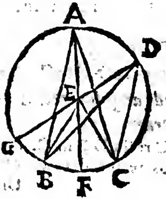
Dico in C A esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturq; C F. Cum ergo circulum A B C tangat recta D E, & à centro ad tactum ducta sit F C, a erit F C ad D E perpendicularis: angulus ergo F C E rectus est: est verò & A C E rectus: æqualis ergo est angulus F C E, angulo A C E, minor maiori; quod est absurdum: F ergo centrum circuli A B C non est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in A C. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

a prop. 18. 3.



Propos. 20. Theor. 18.

In circulo angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro basi habent.

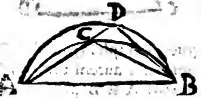


Esto in circulo A B C angulus ad centrum B E C, ad peripheriam B A C, sitq; vtriusq; basis peripheria B C. Dico angulũ B E C duplum esse anguli B A C. Iũcta enim A E producatur in F.

Cum

Propof. 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones ſimiles, & inæquales ad eaſdem partes, non conſtituentur.

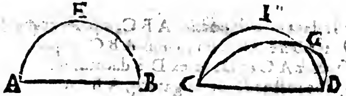


SI fieri poteſt, cõſtituantur ſuper eadẽ recta A B duæ circulorum portiones ſimiles, & inæquales ad eaſdẽ partes, A C B, A D B; ductaq; A C D iungantur C B, B D. Cum ergo portio A C B ſimilis ſit portioni A D B, a ſimiles autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli A C B, A D B, æquales, externus & internus oppoſitus, b quod fieri nequit. Non ergo ſuper eadem, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

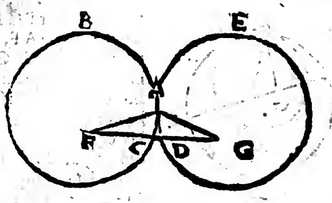
Propoſ. 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum portiones, æquales ſunt.



SInt ſuper æqualibus rectis A B, C D ſimiles circulorum portiones A E B, C F D. Dico illas eſſe

sint F,G. Dico, quod, quæ F,G iungit, per contactum A transeat. Si non: transeat, si fieri potest,



vt F C D G; & iungantur A F, A G. Cum igitur F centrum sit circuli A B C; *a* erit F A, æqualis F C: Et cum G sit centrum circuli A D E, erit & G A ipsi G D æqualis. Ostensa est autem & F A æqualis F C. Sunt ergo F A, A G ipsis F C, D G æquales. Quare tota F G maior erit ipsis F A, A G: sed & *b* minor est: quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur aliorsum quam per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *def.* 15.

b *prop.* 20. 1.

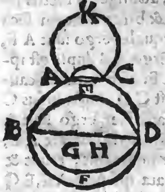
Propos. 13. Theor. 12.

Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus A B D C circulum E B F D interius in pluribus quam vno punctis, vt in B, D: & sumatur circuli A B D C centrum G: circuli E B F D centrum H: ergo recta centra G, H iungens *a* cadet in contactus B, D; cadat

a *prop.* 11. 3.

dat & sit B G H D. Cum igitur G sit centrum circuli A B D C; erit B G æqualis ipsi G D; maior igitur est B G quam H D multo ergo maior B H, quam H D. Rursus cum sit H centrum circuli E B F D, æqualis erit B H ipsi H D: ostensa est autẽ multò illa maior, quod fieri nequit: Non igitur circulus circulum interius pluribus quam vno puncto tangit. Dico quod neq; exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus A C K circulum A B D C exterius in pluribus pũctis vno, vt in A, & C, iunganturq; A, C. Cum ergo in peripheria circulorum A B D C, A C K accepta sint quæcunq; puncta A, & C, *a* cadet recta illa coniungens intra vtrumque circulum. Sed cadit quidem in circulum A B D C; extra verò circulum A C K. *b* Quod est absurdum. Non ergo circulus circulum extra in pluribus punctis vno tangit. ostensum est autem quod neq; interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 2. 3.

b prop. 2. 3.

Propositio 14. Theor: 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

SVnto in circulo A B D C rectæ A B, C D, æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à *a* quo ad rectas A B, C D perpendiculares

a prop. 12. 1.

lares ducantur E F, E G, & iungantur A E, E C. Cum ergo recta E F per centrum ducta, rectam quandam

A B non per centrum ductam, ad angulos rectos se-
b prop. 3. 4. cet; b & bifariam eam secabit: æquales ergo sunt A F, F B. Ergo A B dupla est ipsius A F. Ob eandem causam est C D dupla ipsius C G: c æquales ergo sunt A
c ax 7. F, C G. cum igitur d & A E,
d definit. huius. E C æquales sint, erunt & quadrata ipsarum A E, E C æqualia. Sunt autem ei quadrato f quod ex A E,
f prop. 47. 1. æqualia quæ ex A F, E F (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex E C æqualia sunt, quę ex E G, G C (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex A F, E F æqualia illis, quæ ex C G, G E. Cum ergo quod ex A F, æquale sit illi, quod ex G C (sunt enim A F, C G æquales) erit & reliquum, quod ex F E, reliquo quod ex E G, æquale: sunt ergo E F, E G æquales. g In circulo autem æqualiter
g def. 3. 1. à centro abesse dicuntur rectæ, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ, æquales fuerint. Sed iam distent A B, C D æqualiter à centro, hoc est, E F, E G sint æquales. Dico A B, C D æquales esse, iisdem constructis, demonstrabimus, vt prius, A B duplam esse ipsius A F, & C D ipsius C G. Cumq; A E, C E æquales sint, erunt & earum quadrata æ-
h prop. 47. 1. qualia. h Sunt verò ei, quod ex A E æqualia, quæ ex E F, F A: & ei, quod ex C E, illa quæ ex E G, G C: ergo quæ ex E F, F A, similiter illis quæ ex E G, G C æqualia. Cum autem ei quod ex E G æquale sit quod ex E F (sunt enim E G, E F æquales) erit &

reli-

reliquum, quod ex A F, reliquo, quod ex C G, æquale, æquales ergo sunt A F, C G. Est autem ipsius A F dupla A B; & ipsius C G dupla C D; æquales ergo sunt A B, C D. In circulo ergo æquales rectæ, &c. quod oportuit demonstrare.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.

ESto circulus A B C D, cuius diametrus A D, centrum E; propinquior diametro B C, remotior sit F G. Dico maximam esse, A D, maiorem B C, quam F G. *a* Ducantur enim à centro ad B C, F G perpendiculares E H, E K. Et quia B C propinquior est centro, remotior F G: *b* maior erit E K, quam E H. *c* Ponatur ipsi E H æqualis E L; & per L *d* ducatur ipsi E K ad angulos rectos L M; qua ducta in N iungantur E M, E N, E F, E G. Cum ergo E H ipsi E L sit æqualis, *e* erit & B C ipsi M N æqualis. Rursus cum A E ipsi E M, E D verò ipsi E N sit æqualis; erit & A D ipsis M E, N E æqualis: sed *f* M E, N E ipsa M N maiores sũt: erit ergo & A D maior quam, M N. Et quia duæ M E, E N, duabus F E, E G æquales sunt; angulus verò M E N maior angulo F E G: *g* erit & basis M N maior basi F G: sed M N ostensa est æqualis B C: ergo & B C, maior est quam F G. Maxima ergo

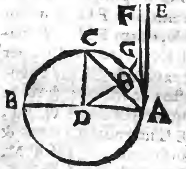
a prop. 12. 1.
b def. 5. 2.
c prop. 2. 1.
d prop. 11. 1.
e prop. 14. 3.
f prop. 20. 1.
g prop. 24. 1.

est diametrus; maior B C quam F G. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locum, qui inter rectam lineam & peripheriam interijcitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Esto circulus A B C circa centrum D, & diametrum A B. Dico rectam lineam ab A ipsi A B ad angulos rectos ductam extra circulum cadere. Si non: cadat, si fieri potest, intra, vt A C, & iungatur D C. Cum ergo D A sit æqualis D C, erit & angulus D A C angulo A C D æqualis: est autem D A C * rectus, rectus ergo erit & A C D: sunt ergo D A C, A C D duobus rectis æquales, a quod fieri nequit: Non ergo quæ ab A puncto ipsi B A ad angulos rectos ducitur, intra circulũ cadit. Similiter ostẽdemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt A E. Dico secundo, in locum inuer A E, & peripheriam C H A interiectum, aliam rectam non cadere. Si potest: Cadat, vt F A, ducaturq; ex D ipsi F A perpendicularis D G. Et cum angulus A G D rectus sit, b minor



* ex hypothesi.

a prop. 32. 1.

minor recto D A G; c erit A D maior quam D G: b prop. 32. 1.
est autem D A æqualis ipsi D H; maior ergo est D H, quam D G, minor maiore; quod fieri nequit. c prop. 19. 1.
Non ergo in locum recta A E, & peripheria C H A interceptum, alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi recta A B, & peripheria C H A contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheria C H A, & recta A E contentum, minorem. Si enim est aliquis angulus maior contento recta B A, & peripheria C H A; minor verò contento peripheria C H A, & recta A E, cadat inter peripheriam C H A, & rectam A E linea recta, quæ faciat angulum maiorem recta B A, & peripheria C H A contentum (qui rectis lineis contineatur) minorem verò peripheria C H A, & recta A E contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo recta B A, & peripheria C H A contento; neq; minor, C H A, & A E contento.

Corollarium.

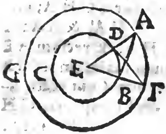
EX his manifestum est rectam, quæ diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, circulum tangere. & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, d intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. quod oportuit demonstrare. d prop. 2. 3.

Pro-

Propos. 17. Probl. 2.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.

ESto punctum datum A, circulus datus B C D. Oporteat autem ex puncto A rectam ducere, quæ circulum B C D tangat. Accipiatur centrum circuli E, ducaturq; A E, & centro E, interuallo E A describatur circulus A F G, & ex D rectæ E A ad *a* angulos rectos ducatur D F, iunganturque E B F, A B. Dico à puncto A rectam A B ductam esse, quę circulum B C D tangat.



a prop. 11. 1.

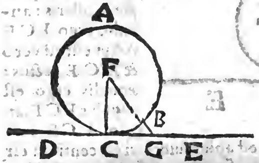
Cum enim E cētrum sit circulorum B C D, A F G; *b* erunt tam E A, E F, quam E D, E B æquales: duæ ergo A E, E B duabus F E, E D æquales sunt, habentque angulum E communem: *c* erit igitur basis D F basi A B æqualis; & triangulum D E F, triangulo E B A æquale; reliquiq; anguli reliquis: est igitur ipsi E D F ęqualis E B A: at E D F rectus est; erit igitur & E B A rectus. Est verò E B ex centro: *d* quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea, tangit circulum: tangit ergo A B circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonstrare.

b def. 15. 1. *c prop.* 4. 1. *d Corol prop.* 16 3.

Pro-

Propositio 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



TAngat recta quædam D E circulum A B C in C, sumaturque centrum F, atq; ab F ad C ducatur F C. Dico F C ad D E perpendicularem esse. Si non: ducatur ab F ad D E perpendicularis F G. Cum ergo angulus F G C rectus sit; *a* erit G C F acutus: *b* cumq; maiori angulo maius latus subtendatur, erit linea F C maior, quam F G: Est verò F C *c* æqualis ipsi F B: maior est ergo F B, quam F G, minor maiore, quod est absurdum: non ergo F G ad D E perpendicularis est: Similiter ostendemus præter F C nullam aliam: F C ergo ad D E est perpendicularis. Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 32. 1.
b prop. 19. 1.
c def. 15.

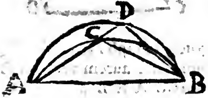
Propos. 19. Theor. 17.

Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.

TAngat circulum A B C recta D E in C, & ex C ipsi D E ad angulos rectos ducatur C A. Dico

Propos. 23. Theor. 21.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdem partes, non constituentur.

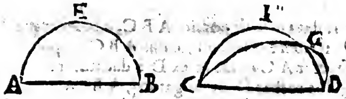


SI fieri potest, cōstituantur super eadē recta A B duæ circulorum portiones similes, & inæquales ad easdē partes, A C B, A D B; ductaq; A C D iungantur C B, B D. Cum ergo portio A C B similis sit portioni A D B, *a* similes autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli A C B, A D B, æquales, externus & internus oppositus, *b* quod fieri nequit. Non ergo super eadem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 11. 3.
b prop. 16. 1.

Propof. 24. Theor. 22.

Super æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones, æquales sunt.



SInt super æqualibus rectis A B, C D similes circulorum portiones A E B, C F D. Dico illas esse

esse æquales. Congruente enim portione A E B portioni C F D, positoq; A puncto super C, & re-

cta A B super C D, congruet & B ipsi D, quod A B, C D æquales sint. Congruente autem recta A B rectæ C D; congruet & portio A E B portioni C F D. Quod si recta quidem A B congruat rectæ C D; portio verò A E B, portioni C F D non congruat; sed aliò cadat, vt C G D, secabit circulus circulum in pluribus quam duobus locis vt in C, G, D, *a* quod fieri nequit. Non ergo congruente recta A B rectæ C D, non congruet portio A E B, portioni C F D: Congruet ergo, *b* adeoq; æqualis illi erit. Si ergo super, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 10. 3.
b def. 8. 3.

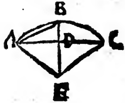
Propos. 25. Probl. 3.

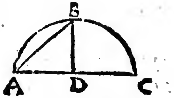
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

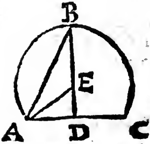
SIt data circuli portio A B C, oporteatque describere circulum, cuius A B C sit portio. *a* Bisecetur A C in D, & ex D *b* ducatur ipsi A C ad angulos rectos D B, iungaturq; A B. Angulus ergo A B D, angulo B A D aut est maior, aut æqualis, aut minor. Sit primo maior, *c* constituaturq; ad A rectæ A B angulus B A E æqualis angulo A B D, produ-

a prop. 10. 1.
b prop. 11.
c prop. 23. 1.

producaturque D B ad E, & iungatur E C. Cum itaque angulus A B E sit æqualis angulo B A E, *d* *d prop.*
6. 1.







erit & E B æqualis ipsi A E & cum A D ęqualis sit ipsi D C, si communis D E addatur, erunt duæ A D, D E, duabus C D, D E æquales, altera alteri; & angulus A D E angulo C D E æqualis; est enim vterque rectus; *e* ergo & basis A E basi C E æqualis erit. Sed ipsi A E demonstrata est B E ęqualis; erit ergo & B E æqualis ipsi C E: tres ergo A E, E B, E C æquales sunt: *f* circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum A E, EB, E C descriptus, transibit etiam per reliqua portionis puncta, & circulus descriptus erit. Circuli ergo portione data, descriptus est circulus, cuius est portio; & cum centrum extra portionem cadat, manifestum est portionem minorem esse semicirculo. Similiter si A B D angulus, fuerit æqualis angulo B A D, *g* erit A D æqualis vtrique B D, D C; ergo tres DA, D B, D C æquales sunt, & D centrum circuli, portioque semicirculus. Si vero angulus A B D minor fuerit angulo B A D, *h* constituatur ad A rectæ B A angulus B A E æqualis angulo A B D, cadetque centrum in D B lineam intra portionem A B C, & erit portio A B C semicirculo maior.

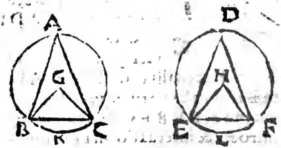
e prop. 4. 1.
f prop. 9. 3.
g ex structura, ex prop. 6 1.
h prop. 23 1.

Si ergo ducatur E C ostendetur vt in prima figura tres B E, E A, E C esse æquales. Data ergo portione circuli, descriptus est circulus, cuius est portio, quod oportuit facere.

Propos. 26. Theor. 23.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripherijs insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN circulis æqualibus A B C, D E F æquales insistant anguli ad centra, B G C, E H F; ad peripherias B A C, E D F. Dico peripherias B K C,



E L F æquales esse. Iungantur B C, E F. Et quia circuli æquales sunt, *a* erunt & quæ ex centris ęquales. Duæ ergo B G, G C, duabus E H, H F æquales sunt: sed & anguli G, H æquales sunt: *b* ergo & bases B C, E F æquales erunt. Et quia anguli ad A, D æquales ponuntur, *c* erunt portiones B A C, E D F similes, & sunt in æqualibus rectis B C, E F, *d* quę autem circulorum portiones similes in ęqualibus sunt rectis lineis, æquales sunt: portiones ergo BAC, EDF æquales sunt: Sunt verò & toti circuli æquales; reliqua ergo peripheria B K C, reliquæ E L F æqualis est. In ęqualibus ergo, &c. Quod demonstrare oportuit.

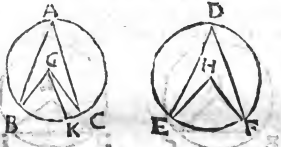
a *def.* 1. 3.
b *prop.* 4. 1.
c *def.* 11. 3.
d *prop* 24. 1.

Propo-

Propositio 27. Theor. 24.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus insistunt peripherijs, æquales sunt siue ad centra, siue ad peripherias insistant.

IN æqualibus circulis A B C, D E F æqualibus peripherijs B C, E F insistant anguli ad centra



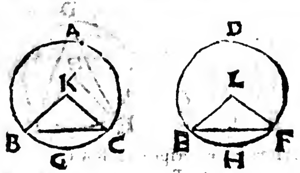
B G C, E H F, ad peripherias B A C, E D F Dico tam angulos B G C, E H F, quam B A C, E D F æquales esse. Si enim B G C, E H F æquales sunt, *a* perspicuum est & B A C, E D F æquales esse. Si nō sunt; erit vnus maior. Sit maior B G C: & *b* constituatur ad punctum G rectæ B G angulus B G K æqualis angulo E H F: *c* anguli autem æquales æqualibus peripherijs insistunt, cum sunt ad centra: peripheria ergo B K æqualis erit peripheriæ E F: sed & E F æqualis est B C: ergo & ipsi B C æqualis erit B K, minor maiori; quod fieri non potest: Non ergo anguli B G C, E H F inæquales sunt: æquales ergo. *d* Estque angulus ad A anguli B G C; & angulus ad D anguli E H F dimidius: *e* Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 20. 1.
b *prop.* 23. 1.
c *prop.* 26. 3.
d *prop.* 20 3.
e *ax* 7. 1.

Propositio 28. Theor. 25.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori; minorem autem minori.

Sint in æqualibus circulis A B C, D E F æquales rectę B C, E F, auferentes peripherias ma



iores B A C, E D F; minores B G C, E H F. Dico tam maiores peripherias, quàm minores æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur K B, K C; E L, L F; & sunt circuli æquales; *a* ergo & quæ ex centris æquales erunt: igitur duæ B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt; sed & bases B C, E F æquale sunt: *b* erunt ergo & anguli B K C, E L F æquales: *c* ęquales autem anguli æqualibus peripherijs insistunt cum fuerint ad centra; ergo peripherię BGC, EHF æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales: reliquæ ergo peripheriæ B A C, E D F æquales quoque erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 1. 3.
b prop. 8. 1.
c prop. 26. 3

Pro-

Propos. 29. Theor. 26.

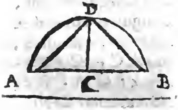
In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

ACcipiantur in æqualibus circulis ABC, DEF æquales peripheriæ, B G C, E H F, & ducantur rectæ B C, E F: Dico rectas B C, F F æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iungantur B K, K C; E L, L F; Cum ergo peripheriæ B G C, E H F æquales sint, *a* erunt & anguli, BKC, E L F æquales; & cum circuli æquales sint; *b* erunt, & quæ ex centris æquales: Duæ ergo B K, K C, duabus E L, L F æquales sunt, continentq. æquales angulos; *c* ergo & bases BC, E F æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

fig. vide pap. præc.
a *prop.* 27. 3.
b *def.* 1. 3.
c *prop.* 4. 1.

Propos. 30. Probl. 4.

Datam peripheriam bifariam secare.



ESto data peripheria A D B, quam bisecare oporteat ducatur A B, *a* bifeceturque in C; & à *b* puncto C ducatur ipsi AB ad angulos rectos C D, iunganturq; A D, D B. Et quia A C æqualis est C B, communis C D; erunt duæ AC, CD, duabus B C, C D æquales, & angulus A C D angulo B C D æqualis, est enim vterque rectus; *c* erit ergo & basis A D basi D B æqualis; *d* æquales autem rectæ æquales peripherias auferunt, maiorem maiori,

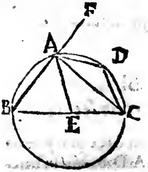
a *prop.* 10. 1.
b *prop.* 11. 1.
c *prop.* 4. 1.
d *prop.* 29. 3.

iori, & minorem minori, estq; vtraq; peripheriarum A D, D B minor semicirculo, quare peripheria A D æqualis est peripheriæ D B: data ergo peripheria bisecta est. Quod oportuit facere.

Propositio 31. Theor. 27.

In circulo angulus, qui in semicirculo rectus est; qui in portione maiore minor; qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor est.

Esto circulus ABCD, diametrus B C, centrum E, & iungantur B A, A C, A D, D C. Dico angulum BAC in semicirculo, rectum esse. A B C, qui est in portione maiore semicirculo, minorem; ADC, qui est in portione minore, maiorem recto. Ducatur A E, producaturque B A in F. Et quia B E, E A æquales sunt, *a* erunt & anguli EAB, E B A æquales. Rursus, quia B A, E C æquales sunt, erunt & anguli A C E, C A E æquales: totus ergo B A C duobus A B C, A C B æqualis est. *b* Est verò & F A C externus duobus A B C, A C B æqualis: æquales ergo sunt B A C, F A C; *c* ergo rectus vterque. Quare angulus BAC in semicirculo B A C rectus est. *d* Et quia trianguli AB C duo anguli ABC, B A C duobus rectis minores sunt; B A C autem rectus est; erit A B C minor recto; & est in portione A B C maiori semicirculo.



a *prop.* 5. 1.
b *prop.* 32. 1.
c *def.* 10. 1.
d *prop.* 17. 1.

circulo. Rursus qa ABCD in circulo quadrilaterũ est quadrilaterorũ autẽ in circulo descriptorũ, qui ex aduerso anguli duobus rectis ęquales sunt; erunt A B C, A D C duobus rectis æquales; & est A B C minor recto; reliquus ergò A D C maior; & est in portione minore semicirculo. Dico præterea maioris portionis angulum contentum peripheria ABC, & recta A C maiorem esse recto; minoris verò portionis peripheria A D C, & recta A C contentum, minorem. Quod per se apparet. Cum enim angulus rectis B A, A C contentus rectus sit, erit qui peripheria A B C, & recta A C continetur maior recto. Et cum angulus rectis A C, A F contentus, rectus sit; erit recta AC, & peripheria ADC contentus, minor recto. Aliter demonstratur BAC rectum esse. Angulus AEC duplus est anguli BAE, *g* æqualis enim est duobus internis & oppositis. Est verò & AEB duplus anguli E A C: anguli ergo AEB, A E C dupli sunt anguli B A C; at A E B, A E C æquales sunt duobus rectis: ergo B A C rectus est.

e prop. 22. 3.

g prop. 32. 1.

Corollarium.

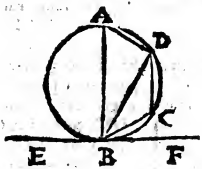
Ex his manifestum est, si in triangulo vnus angulus duobus sit æqualis, eum rectum esse, quod etiam, qui est ei deinceps, duobus rectis æqualis sit: *f* cũ autẽ anguli deinceps æquales fuerint, recti sũt.

f def. 10. 1.

Propos. 32 Theor. 28.

Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus cõsistũt.

TAngat circulum A B C D recta quædam B F, in B; à quo ducatur alia B D secans circulũ.

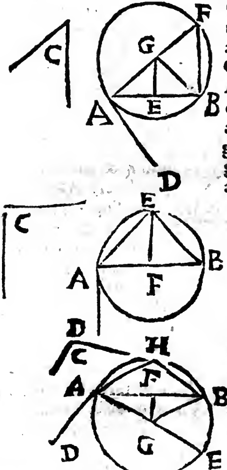


Dico angulos, quos B D cum tãgente facit, ęquales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionibus: hoc est, angulum F B D æqualem esse illi, qui est in portione D A B: angulum verò E B D illi, qui est in portione D C B. *a* Ducatur enim ex
a prop. 11. 1. B ipsi E F ad angulos rectos B A, & accipiatur in peripheria B D quoduis punctum C, & ducantur A D, D C, C B; & quia circulum tangit recta quędam E F in B, & à tactu B ducta est tangenti ad
b prop 19 1. angulos rectos B A, *b* erit in B A centrum circuli: *c* angulus ergo A D B in semicirculo existens, re-
c prop. 31. 3. ctus est: reliqui ergo B A D, ABD vni recto ęquales. Sed & A B F rectus est, æqualis ergo angulis BAD, ABD; communis A B D auferatur: ergo reliquus D B F erit æqualis reliquo B A D inalterna circuli portione existenti. Et quia A B C D quadrilaterum est in circulo descriptum, *d* erunt an-
d prop. 22. 3. guli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli DB F, DBE ęquales angulis B A D, B C D; quorum B A D ostensus est ęqualis D B F; erit ergo & reliquus D B E, reliquo D C B in alterna circuli portione D E B existens æqualis. Si ergo circulum recta quędam, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 33. Probl. 5.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilinio.



SIt data recta linea A B, datus angulus rectilineus C, & oporteat super A B portionem circuli describere, quæ angulum æqualẽ angulo C capiat. Angulus ergo C, aut acutus, aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acutus, vt in prima de sciptione. *a* Constituatur ad A punctum *a prop. 23. 1.* rectæ A B angulus B A D, æqualis angulo C, qui acutus erit. Ex *b* A ducatur *b prop. 11. 1.* A E ad angulos rectos ipsi A D; atque A B in F *c* bisecetur. *c prop. 10. 1.* Ex F *d* ducatur F G *d prop. 11. 1.* ad angulos rectos ipsi AB, ducaturq; BG. Et quia A F æqualis est F B, communis F G; erunt duę AF, F G, duabus F B, F G æquales, angulusque A F G angulo G F B æqualis: *e* erit ergo & basis *e prop. 4. 1.* A G basi

A G basi B G ęqualis. circulus ergo centro G, interuallo A G descriptus transibit etiam per B. Describatur, & sit A B E, iungaturq; EB. * Cum itaque f diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos sit ducta A D, f tanget ipsa circulum; cumque circulum ABE recta quędam A D tangat, sitq; à tactu A in circulum ducta recta AB; g erit angulus D A B ęqualis angulo A E B in alterna sectione A E B existenti: sed DAB est ęqualis angulo C: igitur & angulus C ęqualis erit AE B angulo. Super data ergo recta A B portio circuli descripta est capiens angulum AE B. ęqualem angulo C. Sit iam angulus C rectus, sitque rursus super A B portio circuli capiens angulum recto C ęqualem describenda h. Fiat angulus B A D angulo C ęqualis, vt in 2. descriptione: i A B F b isecetur; & centro F, interuallo F A, aut FB describatur A E B circulus. k Tangit igitur recta A D circulum, quod angulus B A D rectus sit: sed angulus B A D ęqualis est & angulo C; & angulo

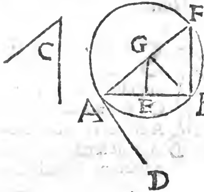
f prop. cor. 16. 3.

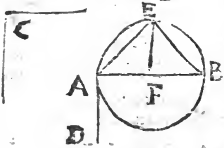
g prop. 23. 3.

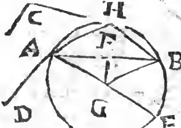
h prop. 23. 1.

i prop. 10. 1.

k cor. propos. 16. 1.







gulo *l* AEB in alterna sectione: erit igitur & AEB, angulo C æqualis. Descripta ergo est super A B portio circuli AEB capiens angulum A E B æqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. *m* ponatur ei ad A rectæ A B æqualis B A D, vt in tertia descriptione, *n* ducaturq; rectæ A D ad angulos rectos recta A E; & AB in F *o* bisecetur, cui ex F ad *p* angulos rectos ducatur FG, & iungatur GB. Cũ itaq; AF æqualis sit FB, cõmunis FG; erũt duę FG, AF, duabus FG, B F æquales, & angulus AFG angulo B F G æqualis: *q* erit igitur & basis A G basi B G æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo G A descriptus transibit etiam per B, transeat vt A E B. quia ergo diametro A E ab extremitate A ad angulos rectos ducta est A D, *r* tanget illa circulum; & cum à tactu A in circulum ducta sit AB, *s* erit angulus B A D æqualis angulo AHB, qui est in alterna portione circuli A H B. Sed angulus B A D æqualis est angulo C. erit ergo & angulus A H B in alterna portione æqualis angulo C. super data ergo recta A B descripta est portio circuli A H B capiens angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

l prop. 23. 3.
m prop. 23. 1.
n prop. 11. 1.
o prop. 10. 1.
p prop. 11. 1.
q prop. 4. 1.
r cor. propos. 15. 3.
s prop. 32. 3.

Propos. 34. Probl. 6.

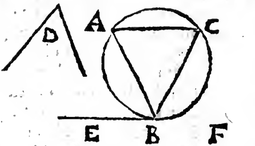
A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ESto datus circulus ABC, datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo A B C portionem auferre, quæ capiat angulum, angulo D æqualem. Ducatur E F tangens circulum in B. *a* Constituaturq; ad B rectæ E F angulus F B C æqualis

a prop 23. 1.

æqualis angulo D. Cum ergo circulum A B C tangat recta EF, & à tactu B ducta sit BC, *b* erit angulus F B C æqualis angulo BAC in alterna portione BAC cóſtituto: ſed angulus FBC æqualis eſt angulo D: erit igitur & BAC in alterna ſectione eidé angulo D æqualis. à dato ergo circulo AB C ablata eſt portio BAC capiens angulũ æqualé dato angulo D. q͂ oportebat facere.

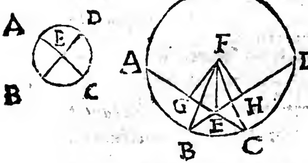
b *prop.* 32. 3.



Propoſ. 35. Theor. 29.

Si in circulo duæ rectæ ſe inuicem ſecent, erit rectangulum portionibus vnius contentum, æquale portionibus alterius contento.

SEcent in circulo A B C D ſe inuicem duæ rectæ A C, B D in E. Dico rectangulum A E, E C contentum, æquale eſſe D E, E B cõtẽto. Si igitur AC, BD per cẽtrũ tranſeãt, perſpicuũ eſt cũ AE, EC: DE, EB æquales ſint; ẽt AE, EC cõtẽtũ, æquale eſſe, DE, EB contento. Quod ſi per centrum non tranſeant: accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas A C, D B *a* ducantur perpendiculares FG, FH, iunganturq; FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta, rectam quã-dam



a prop. 12. 1.

dam A C non per centrum ductam ad angulos rectos secat, & *b* bifariam illam secabit: ęquales ergo sunt AG, GC. Cum igitur recta AC in G ęqualiter, in E inęqualiter secta sit; *c* erit quod A E, EC continetur rectangulum, cum quadrato quod ex E G æquale quadrato quod ex G C, si commune, quod ex GF, addatur, erit quod A E, E C continetur, cum illis, quæ ex G E; GF quadratis, æquale illis, quæ ex C G, G F. *d* Sed illis, quæ ex C G, G F æquale est, quod ex FC: illis verò, quæ ex GE, GF, æquale est, quod ex FE: ergo quod AE, E C continetur, cum eo quod ex F E, æquale est ei, quod ex F C (æqualis autem est F C ipsi F B) ergo quod AE, EC continetur, cum illo quod ex E F, æquale est ei, quod ex F B. Ob eandem causam erit quod DE, EB continetur, cum illo quod ex F E æquale ei quod ex F B. ostensum est autem & id, quod A E, EC continetur, cum eo quod ex FE, æquale esse ei, quod ex FB: ergo quod A E, E C continetur cum illo quod ex FE, æquale est illi quod DE, EB, continetur, cum illo quod ex FE quadrato; commune, quod ex FE, auferatur; & erit reliquum A E, E C contentum, æquale reliquo D E, E B contento. Si ergo in circulo, &c. quod oportuit demonstrare.

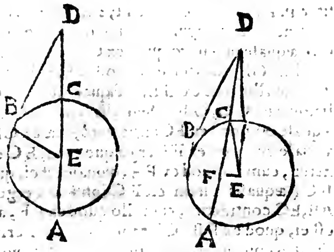
b prop. 3. 3.
c prop. 5. 2.
d prop. 47. 1.

Propos. 36. Theor. 30.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum vna circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

Extra

Extra circulum A B C sumatur quoduis punctum D, ab eoq; ad circulum cadant duæ



rectæ DCA, DB; quarum D C A circulum secet, D B tangat. Dico rectangulum A D, C D contentum, æquale esse quadrato, quod fit ex DB. Transit autem D C A per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E. Ducta ergo E B, *a* erit
a prop. 18.3. angulus E B D rectus. Et quia recta A C bisecatur
b prop. 6.2. in E, eiq; apposita est, in directum CD; *b* erit quod AD, D C continetur: cum eo, quod ex E C æquale ei, quod ex ED; est vero E C æqualis ipsi E B : ergo quod AD, DC continetur rectangulum, cum quadrato quod ex E B, æquale est ei, quod ex E D, quadrato. *c* Est autem quod ex ED æquale illis, quæ ex
c prop. 47.1. EB, B D quadratis, quod angulus E B D rectus sit. Ergo quod AD, D C continetur, cum eo quod ex EB, æquale est illis, quæ ex E B, B D; commune, quod ex EB tollatur. eritque quod A D, D C continetur, æquale ei quod ex Tangête D B quadrato.

Sed

Sed iam D C A non transeat per centrum, accipiaturq; centrum E, *d* ab eoq; ad A C perpendicularis ducatur FE, iunganturq; E B, E C, E D; *e* erit ergo angulus E B D rectus. Et cum recta quædam EF per centrum ducta, rectam quandam A C non per centrum ductam secet, *f* ad rectos angulos illam, & bifariam secabit; sunt ergo A F, F C æquales. Et quia recta A C bisecatur in F, eiq; in directum additur C D, *g* erit quod A D, D C continetur, cum illo quod ex FC, æquale ei quod ex F D: Commune, quod ex FE, addatur, & erit quod A D, DC continetur, cum illis quæ ex F C, F E, equale illis, quę ex FD, FE: illis autem, quæ ex DF, F E, *h* æquale est, quod ex D E (est enim angulus E F D rectus:) illis verò, quæ ex CF, FE, æquale est, quod ex C E. Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex EC, ęquale est ei, quod ex E D, *i* est autem EC ęqualis ipsi EB: Ergo quod A D, D C continetur, cum illo quod ex E B, ęquale est ei, quod ex E D: ei autem quod ex *k* E D æqualia sunt quę ex EB, BD, cum angulus E B D sit rectus: ergo quod AD, DC continetur cum eo quod ex EB, equale est illis, quę ex EB, B D: Commune, quod ex EB tollatur, & erit quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato ex tangentis D B. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonstrare.

d prop. 12. 3.
e prop. 18. 3.
f prop. 3. 3.
g prop. 6. 2.
h prop. 47. 1.
i def. 15
k prop. 47. 1.

Propos. 37. Theor. 31.

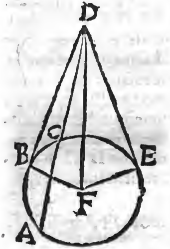
Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ cadant; quarum vna circulum secet; altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter

punctum

punctum & curuam peripheriam est, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

SVmatur extra circulum A B C punctum D, ab eoque in circulum cadant duæ rectę D C A, D B; quarum D C A secet, D B incidat circulo. Sit autem quod A D, D C continetur rectangulum, ęquale quadrato quod fit ex D B. Dico D B circulum tangere. *a* Ducatur enim D E circulum tangens, sumptoq; centro F, iungantur F E, F B, F D, *b* & erit angulus F E D rectus. Et quia D E tangit, D C A secat circulum; *c* erit quod A D, D C continetur ęquale ei quod ex D E; ponitur autem & quod A D, D C continetur, ęquale ei quod ex D B. ergo quod ex D E ęquale est ei, quod ex D B; ęquales sunt ergo D E, D B; *d* sunt verò & F E, F B ęquales: duę igitur DE, EF, duabus D B, B F ęquales sunt; & basis FD cōmunis; *e* angulus ergo D E F ęqualis est angulo DBF: est autem D E F rectus; ergo & DBF rectus est. Et BF, si producatur, est diametrus, *f* quę autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulnm tangit. Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in A C. Si ergo extra circulum, &c. quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 17. 3.
b *prop.* 18. 3.
c *prop.* 36. 3.
d *def.* 15. 1.
e *prop.* 8. 1.
f *cor. propos.* 16. 3.



EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

Definitiones.

1 FIgura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli, singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.

2 Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ, singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.

3 Figura rectilinea circulo inscribi dicitur; cũ singuli anguli inscriptæ tangunt peripheriam circuli. *Ita prop. 2. triangulum A B C; sexta quadratum ABCD circulo inscriptum vides.*

4 Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangunt. *Ita prop. 4. triangulum ABC; octaua quadratum ABCD circulo circumscriptum cernis.*

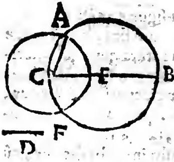
5 Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. *Ita prop. 4. circulum EFG triangulo ABC, octaua circulum E F H K quadrato, A B C D inscriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumscribi dicitur, cum peripheria circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. *Ita prop. 2. circulum A B C triangulo, sexta circulum ABCD quadrato circumscriptũ vides.*

7 Recta linea in circulo aptari dicitur, cũ eius termini in circuli peripheria fuerint.

Propos. 1. Probl. 1.

In dato circulo, datæ rectæ lineæ, quæ diametro circuli maior non sit, æqualem rectam lineam aptare.



SIt datus circulus ABC, data recta, quæ circuli diametro maior non sit, B D. Oporteat autem circulo A B C rectam, rectæ D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli B C. Si ergo B C æqualis est ipsi D, factum est, quod iubebatur. Circulo enim A B C aptata est BC æqualis rectæ datæ. Si autem B C maior est quam D. *a* Fiat C E æqualis ipsi D; & centro C, interuallo C E describatur circulus E A F, ducaturq; C A. Quia ergo C centrum est circuli A E F; *b* erit C A æqualis C E: sed ipsi D æqualis est C E: erit ergo & D æqualis ipsi A C. Dato ergo circulo ABC, datæ rectæ D non maiori circuli diametro, æqualis CA aptata est. Quod oportuit facere.

a *prop.* 3. 1.

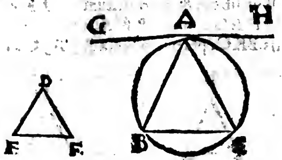
b *def.* 15. 1.

Propos. 2. Probl. 2.

Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inscribere.

Sit

SIt circulus datus ABC, triangulum datum DEF; oporteatque circulo ABC triangulum, triangulo DEF æquiangulum inscribere. Ducatur



G A H tangens circulum A B C in A; *a* constituaturque ad A rectæ G A H, angulus H A C æqualis angulo DEF, & G A B æqualis D F E; ducaturque B C. Quia ergo circulum A B C tangit recta G A H, & à tactu ducta est A C, *b* erit angulus H A C æqualis angulo A B C in alterna portione: sed HAC est æqualis DEF angulo; erit ergo & A B C æqualis eidem D E F. Eadem ratione erit angulus ACB angulo DFE æqualis, *c* reliquus ergo B A C æqualis erit reliquo E D F. Est ergo triangulum ABC triangulo DEF æquiangulum, & inscriptum est circulo A B C. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

a *prop.* 23. 1.

b *prop.* 32. 3.

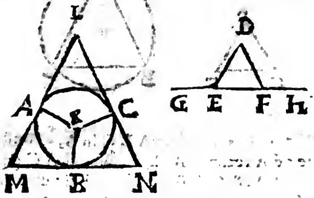
c *prop.* 32. 1.

Propos. 3. Probl. 3.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

ESto datus circulus A B C, datum triangulum DEF. oporteatque circa ABC circulum trian-

triangulo D E F æquiangulum triangulum describere. Producatur vtrinque E F in G & H, sumaturque centrum K circuli A B C, & ducatur recta K B vt libet; & *a* constituatur ad K rectæ K B
a prop. 23. 1. angulo D E G æqualis B K A; angulo verò D F H æqualis B K C, perque puncta A, B, C *b* ducantur
b prop. 17 3.



tangentes circulum L A M, M B N, N C L. Et quia L M, M N, N L tangunt circulum in A, B, C; & à centro K ad puncta A, B, C ductæ sunt K A, K B, K C: *c* recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta.
c prop. 18. 3. Et quia quadrilateri A M B K quatuor anguli æquales sunt quatuor rectis; * diuiditur enim quadrilaterum A M K B in duo triangula K A M, K B M, quorum anguli K A M, K B M recti sunt; reliqui ergo A K B, A M B duobus rectis æquales erunt: *d* Sunt verò & D E G, D E F duobus rectis æquales: ergo A K B, A M B anguli æquales sunt angulis D E G, D E F. quorum A K B, D E G æquales cum sint; erunt & reliqui A M B, D E F æquales. Pari modo demonstrabitur angulum L N M angulo D F E æqualem esse: reliquus ergo M L N reliquo E D F æqualis erit. æquiangulum ergo est triangulum L M N triangulo D E F, & descriptum est circa circulum A B C.

* Si intelligatur ducta linea K M.

d prop. 13. 1.

ABC. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 4. Probl. 4.

In dato triangulo circulum describere.

Sit datum triangulum ABC, in quo oporteat circulum describere. *a* bisecentur anguli A BC, BCA rectis BD, CD, quæ in D puncto concurrant, *b* ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe commune BD, *c* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt. Eandem ob causam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G descriptus, transibit etiam per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; *d* quod est absurdum. Non ergo circulus centro D. interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus secat rectas AB, BC, CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.

a prop. 9. 1.

b prop. 12. 1.

c prop. 26. 1.

d prop. 16. 3.

Propositio 5. Probl. 5.

Circa datum triangulum circulum describere.

ESto datum triangulum A B C, circa quod oporteat circulum describere. bisecentur AB, A C in D & E; atque à punctis D, E ducantur ad A B, A C ad angulos rectos D F, E F, quæ con-

current aut in triangulo A B C, aut in recta B C, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; B F, F C, F A. Et quia A D, DB æquales sunt, communis & ad angulos rectos DF, *a* erunt & bases AF, FB æquales. Similiter demõ-

a prop 4. 1. strabimus CF, AF æquales esse: quare & F B, F C æquales erunt. Tres ergo F A, F B, F C æquales sunt. Circulus ergo centro F interuallo vna ipsarum FA, FB, FC descriptus transibit & per reliqua puncta, eritque circulus circa A B C triangulum descriptus. Concurrant iam D F, E F in recta B C in F, vt in secunda descriptione, iungaturque A F. Similiter demonstrabimus punctum F centrum esse cir-

se circuli circa triangulum A B C descripti. Concurrant demum D F, E F extra triangulum A B C in F, vt tertia habet descriptio, & iungantur A F, FB, FC. Cumque A D, D B æquales sint, communis, & ad angulos rectos D F, *b* erunt & bases A F, BF æquales. Similiter demonstrabimus & C F ipsi F A æqualem esse: quare & B F æqualis erit F C. Rursus ergo circulus centro F: interuallo vna harum FA, FB, FC, descriptus transibit etiam per reliqua puncta, estque circa ABC triangulum descriptus. Quod facere oportuit. b prop. 4. 1.

Corollarium.

Vnde perspicuum est, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulum B A C in maiore portione semicirculo existentem recto minorem esse. quando verò centrum in B C cadit, in semicirculo existentem, rectum: quando denique centrum extra BC cadit, in minore portione semicirculo existentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor est recto, intra triangulum cadunt rectæ DF, EF; quando rectus, in BC; quando maior recto, extra B C; quod oportuit demonstrare.

Propos. 6. Probl. 6.

In dato circulo quadratum describere.

Sit in dato circulo A B C D quadratum describendum. *a* ducantur diametri AC, BD ad angulos rectos, iunganturque A B, B C, C D, D A. Cum ergo B E, ED sint æquales, quippe ex centro E, communis & ad angulos rectos E A; *b* erit & a prop. 11. 1. b prop. 4. 1.

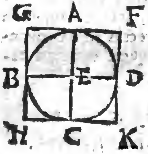
basis A B basi A D æqualis. Eadem ratione vtraque ipsarum BC, CD, vtriq; AB, AD est æqualis. Est ergo quadrilaterum A B C D æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta B D diametrus sit circuli A B C D; *c* erit B A D semicirculus; re-

c prop. ctus est ergo angulus B A D.
31. 3. Ob eandem causam qui libet angulorum ABC, BCD, CDA rectus est; rectangulum ergo est quadrilaterum ABCD. Ostensum est autem & æquilaterum; *d* quadratum ergo est; &
d def. est circulo inscriptum. In dato ergo circulo, &c.
27. 1. Quod oportuit facere.

Propos. 7. Probl. 7.

Circa datum circulum quadratum describere.

SIt circa datum circulum A B C D quadratum describendum. Ducantur diametri A C, B D ad angulos rectos, & per puncta A, B, C, D ducantur tangentes circulum F G, G H, H K, K F. Cum ergo F G tangat circulum, & à centro E ad tactum A ducta sit E A; *a* erunt anguli ad A recti. Eadem de causa *a* erunt



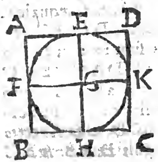
a prop. & anguli ad B, C, D recti,
18. 3. cumque anguli AEB, EBG recti sint, *b* erunt G H,
b prop. A C parallelæ. Eadem de causa erunt A C, F K
28. 1. parallelæ; Similiter demonstrabimus, quod G F, HK sint ipsi BED parallelæ. Sunt ergo G K, G C,
c prop. A K, F B, B K parallelogramma, *c* vnde æqualis est
34. 1. G F ipsi

GF ipsi HK; & GH ipsi FK. *d* & quia AC, BD æquales sunt. Atque AC vtrique GH, FK; & BD vtrique GF, HK est æqualis; ergo vtraque GH, FK, vtrique GF, HK est æqualis. Est igitur FGHK quadrilaterum æquilaterum; dico quod & rectangulum. Cum enim GBEA sit parallelogrammum, sitq; angulus AEB rectus, *e* erit & AGB rectus. Similiter demonstrabimus quod anguli ad H, K, F recti sint; est ergo FGHK rectangulum quadrilaterum, ostensum est autem, & æquilaterum, *f* quadratum ergo est, & est circa ABCD circulum descriptum: ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere. *d def. 15.1.* *e prop. 34.1.* *f def. 27.1.*

Propos. 8. Probl. 8.

In dato quadrato circulum describere.

SIt in dato quadrato ABCD circulus describendus. *a* Bisecentur AB, AD in F, E; *b* ac per E quidem ducatur alterutri AB, CD parallela EH: per F verò alterutri AD, BC parallela FE. Sunt ergo AK, KB, AH, HD, AG, GC, BG, GD parallelogramma, *c* ideoque latera opposita æqualia. Et quia AD, AB æquales sunt, erunt & semisses earum AE, AF æquales: *d* quare & opposita illis FG, GE æquales erunt. Similiter demonstrabimus vtramq; GH, GK vtrique FG, GE æqualem esse. Sunt igitur quatuor GE, GF, GH, GK æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus, transibit & per reliqua *a prop. 10.1.* *b prop. 1.1.* *c prop. 34.1.* *d prop. 34.1.*



liqua puncta: sed & tangit rectas AB, BC, CD, DA, quod anguli ad E, F, H, K recti sint. Si enim circulus ipsas AB, BC, CD, DA secaret, caderet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos
c prop. 16. 3. ducitur, in circulum, c quod est absurdum; Non ergo circulus centro G, & interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus secat rectas AB, BC, CD, DA: tangit ergo: & est quadrato ABCD inscriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere.

Propos. 9. Probl. 9.

Circa datum quadratum circulum describere.

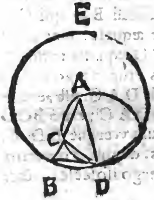
SIt circa datum quadratum ABCD circulus describendus: ductæ rectę AC, BD se in E secent. Et quia DA, AB æquales sunt, AC communis, erunt duæ DA, AC,

a def. 37. b prop. 8. 1. duabus BA, AC æquales: sed & bases DC, BC a æquales sunt: b erunt ergo & anguli DAC, BAC æquales: angulus ergo DAB recta AC bisecatur. Similiter demonstrabimus quemlibet horum ABC, BCD, CDA rectis AC, DB bisecari. Et cum anguli DAB, ABC æquales sint; sintque EAB, EBA eorum dimidij,
c ax. 7. c erunt & ipsi æquales: quare & latera EA, EB æqualia erunt. Similiter demonstrabimus vtramque rectarum EC, ED, vtrique EA, EB æqualem esse. Quatuor ergo EA, EB, EC, ED æquales sunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum EA, EB descriptus, transibit & per reliqua puncta,

puncta, est igitur circa A B C D quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio 10. Probl. 10.

Triangulum isoscele constituere, habens vtrumque qui ad basim angulum duplum reliqui.



Exponatur recta quædam AB, *a* quæ in C sic secetur, vt A B, B C contentum æquale sit quadrato ex C A descripto. Igitur centro A, interuallo A B describatur circulus B D E, *b* eiq; aptetur recta B D æqualis ipsi AC; & ductis DA, DC, *c* describatur circa triangulum ACD circulus A C D. Et cum quod A B, B C continetur æquale sit ei, quod ex A C quadrato, sitque A C ipsi B D æqualis; erit & quod A B, B C continetur æquale ei, quod ex B D. Cum igitur extra circulum A C D acceptum sit punctum B, ab eoq; ad circulum A C D cadant duæ rectæ B C A, BD, quarum vna circulum secat, altera ei incidit, sitque quod A B, B C continetur æquale ei quod ex B D, *d* tanget B D circulum A C D; cumque B D circulum A C D tangat, à tactu autem D ducta sit D C, *e* erit angulus B D C angulo D A C in alterna circuli portione consistenti æqualis. Cum ergo anguli BDC, D A C sint æquales, si communis CDA addatur, erit totus BDA duobus CDA, DAC

a prop. 11. 2.

b prop. 1. 4.

c prop. 5. 4.

d prop. 37. 3.

e prop. 32. 3.

f prop. 32.1. DAC æqualis: f sed duobus C D A, D A C æqualis est externus B C D: ergo B D A æqualis erit

ipsi B C D: sed ipsi B D A æqualis est C B D, cum & g latera AD, AB sint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erũt: tres ergo BDA, DBA, B C D sunt æquales: & cũ anguli DBC, BCD æquales sint, erunt & latera BD, DC æqualia; sed BD ipsi C A ponitur æquale: sunt ergo A C, C D æqualia: vnde & anguli C D A, D A C æquales erunt: ergo anguli CDA: D A C dupli sunt anguli D A C: est verò & BCD æqualis duobus C D A, D A C; ergo BCD duplus est ipsius D A C: Et cum vterque B D A, DBA angulo B C D sit ęqualis, duplus erit vterq; reliquo D A B. Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

g def. 15.1.

Propos. 11. Probl. 11.

Dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum inscribere.

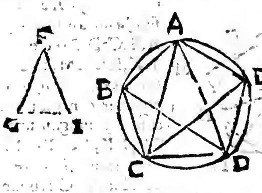
SIt in dato circulo A B C D E pentagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Exponatur triangulum isosceles duplum habens vtrumq; angulum ad G, H, eius qui est ad F; & a inscribatur circulo A B C D E triangulum A C D æquiangulum triangulo F G H; ita vt angulo F æqualis sit angulus C A D; angulis G, H anguli A C D, C D A. Et quia vterque A C D, CDA duplus est anguli C A D, b bisecentur rectis CE, DB, iunganturque A B, B C, C D, D E, E A.

a prop. 2.4.

b prop. 9.1.

Cum

Cum itaque vterque angulorum A C D, C D A duplus sit anguli CA D, bisectique sint rectis C E, D B, erunt quinque anguli D A C, ACE,ECD, CDB, BDA æquales inter se: *c* Et cum æquales anguli *c prop. 26 3.*



æqualib. peripherijs insistant, erunt quinque peripheriæ A B, BC,CD,DE, EA æquales: *d* sed æquales peripherias æquales rectę subtendunt; sunt ergo hæ quin- *d prop. 29.3.*
que rectæ AB,BC, CD, DE, EA æquales; est ergo pentagonum A B C D E æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia A B, D E peripheriæ æquales sunt, si communis B C D addatur, erunt totæ ABCD, E D C B æquales; & insistit peripherię ABCD angulus A E D; peripheriæ vero B C D E angulus B A E; *e* sunt ergo A E D, B A E anguli æ- *e prop. 29. 3.*
quales. Eadem de causa, quilibet angulorum A B C, BCD, CDE vtrique AED, B A E æqualis erit: est ergo pentagonum ABCDE æquiangulum; demonstratum autem est, quod & æquilaterum. Dato ergo circulo,&c. Quod oportuit facere.

Propos. 12. Probl. 12.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

OPorteat circa circulum A B CD E pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

bere. Cogitentur angulorum pentagoni inscripti puncta, A, B, C, D, E ita vt peripheriæ, AB, BC,

a prop. 17.3. CD, DE, EA æquales sint, *a* ducanturque per A,B,C,D,E rectæ GH, HK,KL,LM,MG tangentes circulum, & accipiatur centrum circuli F, iunganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cum itaque KL recta circulum in C tangat,

b prop. 18.3. & ab F ad contactum C ducta sit FC, *b* erit ipsa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad
c prop. 47.1. C est rectus. Eandem ob causam recti sunt anguli ad B,D; & cum angulus FCK rectus sit, *c* erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. eadem de causa, erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: sunt ergo quæ ex FC, CK æqualia
* *quia FB, FC sunt æquales, quippe ex centro ad peripheriam.* illis, quę ex BF, BK; quorum quod ex FC ęquale * est ei, quod ex FB: erit igitur & reliquum quod ex CK ęquale reliquo, quod ex BK: sunt ergo BK, CK æquales. Et quia FB, FC æquales sunt, communis FK, erunt duę BF, FK duobus CF, FK æquales, & basis BK basi CK æqualis; *d* ergo & angulus BFK ęqualis erit angulo KFC: & angulus BKF, angulo FKC: est ergo angulus BFD duplus anguli KFC; & BKC duplus an-
d prop. 8.1. guli FKC. Ob eandem causam erit & CFD duplus ipsius CFL: & CLD duplus ipsius CLF.
e prop. 27.3. Cumq; peripheriæ BC, CD æquales sint, *e* erunt & anguli BFC, CFD æquales, estque BFC ipsius
f prop 26.1. KFC duplus, DFC verò duplus ipsius LFC: æquales ergo sunt KFC, CFL. *f* duo ergo triangula

FKD,

FKC, FLC duos angulos duobus habentia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri FC vtrique commune; habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ KC, CL, quam anguli FKC, FLC æquales, cumque KC æqualis sit CL, dupla erit KL ipsius KC. Eadem de causa dem nstrabitur HK dupla ipsius BK; & cum demonstratum sit BK æqualis KC, sitq; KL dupla ipsius KC, & HK dupla ipsius BK; g erit & HK ipsi KL æqualis. Similiter demonstrabitur quælibet ipsarum GH, GM, ML vtriq; HK, KL æqualis: est ergo pentagonum GHKLM æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum enim anguli FKC, FLC æquales sint, ostensusque sit HKL duplus ipsius FKC: & ipsius FLC duplus KLM; erit & HKL ipsi KLM æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorũ KHG, HGM, GML vtrique HKL, KLM æqualis. Quinque ergo anguli GHK, HKL, KLM, LMG, MGH sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum, & est descriptum circa circulum ABCDE. Quod oportebat facere.

g ax. 6.

Propos. 13. Probl. 13.

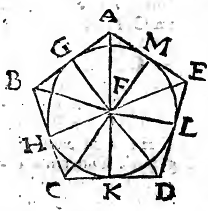
Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.

Oporteat dato pentagono æquilatero & æquiangulo ABCDE circulum inscribere. a bisecetur vterq; angulorum BCD, CDE rectis CF, DF, & à puncto F, in quo CF, DF, concurrunt, ducantur rectæ FB, FA, FE. & quia BC, CD æquales

a prop. 9. 1.

ęquales ſunt, communis C F, erunt duæ B C, C F duabus D C, C F æquales, & angulus BCF angulo D C F æqualis: *b* ergo & baſis B F, baſi D F æqualis erit, & triangulum B F C triangulo D C F, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera

b *prop* 4. I.



ſubtenduntur, æquales erunt: Sunt igitur anguli C B F, C D F æquales. Et cum angulus C D E duplus ſit anguli C D F; æquales autem & C D E, A B C; & C D F, C B F; erit & C B A duplus ipſius C B F: æquales ergo ſunt A BF, FBC: biſecatur ergo angulus ABC recta BF. Similiter demonſtratur quemlibet angulorum B A E, A E D rectis F A, F E biſecari. *c* Ducantur enim ab F ad A B, B C, C D, D E, E A recta perpendiculares F G, F H, F K, F L, F M. Quia ergo anguli H C F, K C F æquales ſunt; F H C rectus, æqualis recto F K C; erunt duo triangula F H C, F K C duos angulos duobus æquales habentia vnumque latus vni, F C latus commune, & vni æqualium angulorum ſubtenſum, *d* habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia: ſunt ergo perpendiculares FH, F K æquales. pari modo demonſtratur quęlibet harum F L, F M, F G vtriq; FH, FK æqualis. quinq; ergo rectæ FG, FH, FK, FL, F M ęquales ſunt, circulus ergo centro F, interuallo vna harum FG, FH, FK, FL, FM deſcriptus, tranſibit & per reliqua puncta, tangetq; rectas AB, BC, CD, DE, EA, eo quod anguli ad G, H, K,

c *prop.* 12. I.

d *prop.* 26. I

H,K,L,M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet; cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur intra circulum, *e* quod absurdum esse ostensum est; non ergo circulus centro F, interuallo F G, F H, F K, F L, F M descriptus secat rectas A B, B C, C D, D E, E A; ergo tanget. dato ergo pentagono. quod oportuit facere. *e prop. 16. 1.*

Propos. 14. Probl. 14.

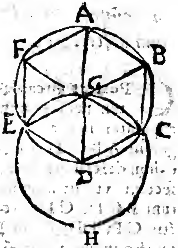
Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum, circulum describere.

Oporteat circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum A B C D E circulum describere. *a* Bisecetur vterq; angulorum B C D, C D E rectis C F; F D; & ab F puncto in quo rectę cócurrunt ad B, A, E ducantur rectæ F B, F A, F E. Similiter ergo, vt in præcedente, demonstrabitur quemlibet angulorum C B A, B A E, A E D, rectis B F, F A, F E bisecari. Et quia anguli B C D, C D E æquales sunt, estq; F C D dimidius ipsius B C D, & C D F dimidius ipsius C D E; erunt F C D, F D C æquales, *b* quare & latera F C, F D æqualia erunt. Similiter demonstrabitur, quamlibet ipsorũ F B, F A, F E, vtrilibet F C, F D æqualem esse. Quinque ergo F A, F B, F C, F D, F E æquales sunt. circulus igitur centro F, interuallo vna harum F A, F B, F C, F D, F E *a prop. 9. 1.* *b prop. 6. 1.*

descriptus, transibit & per reliqua puncta; eritq; circa pentagonum A B C D E descriptus. Circa datum ergo,&c. Quod facere oportebat.

Propos. 15. Probl. 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



Sit in dato circulo A B C D E F hexagonum æquilaterum & æquiangulum describendum. Ducta diametro A D, sumatur centrum G, atque centro D, interuallo D G describatur circulus E G C H; & ductæ E G, C G producantur ad B, F, iunganturq; A B, B C, C D, D E, E F, F A. Dico A B C D E F hexagonum æquilaterum, & æquiangulum esse. Cum enim G centrum sit circuli A B C D E, & erunt G E, G D æquales. Et cum D centrum sit circuli E G C H, erunt & D E, D G æquales. Sed G E ostensa est æqualis ipsi D G; a erit ergo & G E æqualis ipsi E D: triangulum ergo E G D æquilaterum est, & tres anguli eius E G D, G D E, D E G æquales, cum isosceelium triangulorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis æquales sunt, b erit angulus E G D tertia pars duorũ rectorum. Similiter demonstratur D G C tertia pars esse

a ax. 1.

b prop. 32. 1.

duo-

duorum rectorum, & cum recta C G super E B consistens *c* angulos deinceps, E G C, C G B duobus rectis æquales faciat; erit & reliquus C G B tertia pars duorum rectorum, sunt igitur anguli E G D, D G C, C G B inuicem æquales; *d* erunt igitur & qui ad verticem B G A, A G F, F G E æquales, *e* æquales autem anguli æqualibus peripherijs insistunt: peripheriæ ergo A B, B C, C D, D E, E F, F A sunt æquales, *f* æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur rectæ æquales sunt; ideoque hexagonum A B C D E F æquilaterum est. Dico quod & æquiangulum. Cum enim peripheriæ A F, E D æquales sint: si communis A B C D, addatur, erunt totæ F A B C D, E D C B A æquales: *g* Sed peripheriæ F A B C D insistit angulus F E D; peripheriæ verò E D C B A, angulus A F E; sunt ergo anguli A F E, D E F æquales. Similiter demonstrabitur, reliquos hexagoni A B C D E F angulos, vtriq; A F E, F E D æquales esse. Est ergo hexagonum A B C D E F æquiangulum: ostensum est autem & æquilaterum, & est in circulo descriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

c prop. 13. 1.
d prop. 15. 1.
e prop. 26. 3.
f prop. 29. 3.
g def. 9. 3.

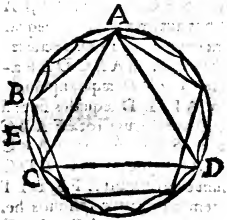
Corollarium.

EX his manifestum est latus hexagoni æquale esse ei, quæ ex centro circuli. Et si per puncta A, B, C, D, E, F *h* tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum, & æquiangulum descriptum esse, vt in illis quæ de pentagono dicta sunt videre licet. Præterea iuxta illa quæ de pentagono dicta sunt in dato hexagono circulum describemus.

h prop. 17. 3.

Propof. 16. Probl. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.



OPorteat in dato circulo A B C D quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo A B C D, trianguli æquilateri latus A C, pentagoni ęquilateri A B. Qualium ergo totus circulus partjum eſt quindecim, talium eſt A B C peripheria, tertia circuli pars exiſtens, quinque; A B, quinta pars circuli exiſtens, trium; pars ergo B C, duarum; quæ ſi in E a biſecetur, erit quælibet peripheriarum B E, E C decimaquinta pars circuli. Si ergo ductis rectis B E, E C, eis æquales in continuum circulo rectas b aptemus, erit quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcriptum.

a prop. 30. 3.
b prop. 2.3.

Quod facere oportuit.

EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

1 PARS est magnitudo magnitudinis, minor maioris, quando minor metitur maiorem. *Vt, 2. est pars ipsius 6. at non ipsius 7. quia 2. metitur 6. non metitur 7.*

2 Multiplex est maior minoris, quando minor metitur maiorem. *Vt 6. est multiplex ipsius 2. at 7. ipsius 2. multiplex non est. Quia 2. metitur 6. non item 7*

3 Proportio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem, habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

4 Proportionem inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatæ possunt se inuicem superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ, & rectilineum quemcumque proportionem non esse. Quia licet prior in infinitum multiplicetur, nunquam tamen superabit posteriorem.*

5 In eadem proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando æquè multiplices, primæ & tertiæ, æquè multiplices, secundæ, & quartæ, secundum quam-

uis multiplicationem,vtraq; ab vtraque,vel æquè deficiunt,vel ęquè ęquales sunt,vel ęquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horum quatuor numerorum 8.6. 4.3. primi, & tertij accipiantur æquè multiplices 16.& 8 secundi, & quarti 18. & 9 & collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum 16.18 8.9. si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior, si æqualis, æqualis, si inquam hoc semper contingat dicentur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

6 Magnitudines quæ eandem proportionem habent, proportionales vocantur. *Vt 4 & 2. item 6 & 3. cum habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicuntur proportionales.*

7 Quando æquè multiplicium multiplex primæ superat multiplicem secundę; at multiplex tertię non superat multiplicem quartæ; prima ad secundam dicitur habere maiorem proportionem quam tertia ad quartam.

8 Analogia est proportionum similitudo.

9 Analogia in tribus minimis terminis consistit. *Vt in his numeris 4.6.9. vt enim est primus ad secundum, ita secundus ad tertium.*

10 Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatā proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2.4.8. erit proportio quam habet 2. ad 8. duplicata eius, quam habet ad 4.*

11 Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales prima ad quartam triplā proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. Et deinceps semper vna amplius quoad vsque proportio extiterit. *Vt si sint proportionales hi quatuor numeri*

meri 2.4.8.16 erit proportio quam habet 2. ad 16. tripla eius quam habet ad 4.

12 Homologæ, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

13 Permutata ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem. *Demonstratur prop. 16. in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutando, vt A ad C; ita B ad D.*

14 Conuersa ratio, est sumptio consequentis vt antecedentis ad antecedentem, vt ad cósequentem. *Vide cor. prop. 4.*

15 Compositio rationis est sumptio antecedentis vnà cum consequente, vt vna, ad consequentem. *Demonstratur prop. 18. in qua cum est vt A E ad E D; ita C F ad F D; est quoque vt A B ad F D; ita C D ad F D.*

16 Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentem, ad consequentem: *Demonstratur prop. 17. in qua cum est, vt A B ad B E; ita C D ad D E, est quoque vt A E ad E B; ita C F ad F D.*

17 Conuersio rationis est sumptio antecedentis ad excessum, quo antecedens consequentem superat. *Demonstratur prop. 19. in qua cum est vt A B ad C D, ita A E ad C F erit quoque E B ad F D, vt est A B ad C D.*

18 Ex æquali ratio est cum plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, ita in secundis prima ad vltimam. Vel est sumptio extremarum per subtractionem mediarum. *Demonstratur 22. in qua cum est vt A ad B; ita D ad E; & vt*

B ad C, ita E ad F; erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.

19 Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem; vt autem consequens ad aliam quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In prop. 20. & 23. in primis magnitudinibus antecedens est A, consequens B, alia quæpiam C, in secundis antecedens est D, consequens E, alia quæpiam F.*

20 Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus; & alijs ipsis numero æqualibus fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem; ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequens ad aliam quampiam: ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21. & 23. prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A consequens B, alia quæpiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quæpiam D.*

Propos. 1. Theor. 1.

Si fuerint quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices, quotuplex est vna magnitudo vnius totuplices sunt omnes omnium.

Sint quotcumq; magnitudines A B, C D, quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, singulæ singularum æque multiplices. Dico quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplices esse A B, C D simul, ipsarum E, F simul. Cum enim quam multiplex est A B ipsius E, tam multiplex sit

C D

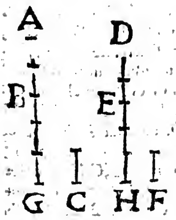
C D ipſius F; erunt in C D tot magnitudines æquales ipſi F; quot ſunt in A B ęquales ipſi E. Diuidatur A B in magnitudines A G, G B æquales ipſi E; Et C D in C H, H D æquales ipſi F; eritque multitudo ipſarum A G, G B æqualis multitudini ipſarum C H, H D: cumque A G ipſi E, & C H æquale ſit ipſi F; erunt A G, C H æquales ipſis E, F. Eadem de cauſa erunt G B, H D ipſis E, F æquales: quot ergo in A B ſunt magnitudines æquales ipſi E, tot ſunt in A B, C D æquales ipſis E, F. Quare quam multiplex eſt A B ipſius E, tam multiplices ſunt A B, C D ipſarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 2. Theor. 2.

Si prima ſecundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atq; ſexta quartæ; erit & compoſita ex prima & quinta æquè multiplex ſecundæ, atque tertia & ſexta, quartæ.

Esto prima A B ſecundæ C æquè multiplex, atq; tertia D E quartæ F: ſit verò & quinta B G ſecundæ C æquè multiplex, atque ſexta E H quartæ F. Dico & compoſitam ex prima & quinta

ta A G secundæ C, æquè multiplicem esse, atque est tertia & sexta D H, quartæ F. Cum enim quam



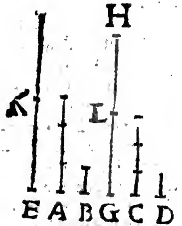
multiplex est A B ipsius C, tam multiplex sit D E ipsius F, erunt in D E tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in A B æquales ipsi C. Eademque de causa quot sunt in B G æquales ipsi C, tot erunt in E H æquales ipsi F: quot ergo sunt in tota A G æquales ipsi C; tot sunt in tota D H æquales ipsi F. Quam multiplex est ergo A G ipsius C, tam multiplex est D H ipsius F. Ergo A G composita ex prima, & quinta secundæ C æquè multiplex est, atq; tertia & sexta D H quartæ F. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 3. Theor. 3.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; sumantur autem æquè multiplices primæ, & tertiæ; erit ex æquali sumptarum vtraq; vtriusq; æquè multiplex, altera quidem secundæ; altera autem quartæ.

Esto prima A secundæ B æquè multiplex, atque tertia C quartę D, & accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices E F, G H. Dico æquè multi-

multiplicem esse E F ipsius B, atque est G H ipsius D. Cum enim ęque multiplex sit E F ipsius A, atque est GH ipsius C: continebuntur in G H tot magnitudines ęquales ipsi C, quot in EF ęquales ipsi A. Diuidatur E F in magnitudines E K, K F, ęquales ipsi A; & G H in G L, L H ęquales ipsi C. Est autem multitudo ipsarum E K, K F ęqualis multitudini ipsarum G L, L H. Et quia ęque multiplex est



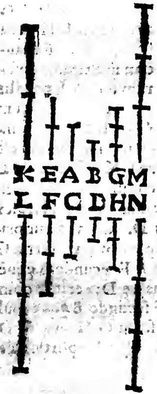
A ipsius B, vt C ipsius D; estque E K ipsi A; & G L ipsi C ęqualis, erit & E K ęquè multiplex ipsius B, vt G L ipsius D. Eadem de causa ęquè multiplex est K F ipsius B, vt L H ipsius D. Cum igitur prima E K secundę B ęquè multiplex sit, vt tertia G L quartę D; sit verò & quinta K F secundę B ęquè multiplex, vt est sexta L H quartę D; a erit & composita ex prima & quinta E F secundę B ęquè multiplex, atque est tertia cum sexta G H quartę D. Si ergo prima secundæ, &c. Quod oportuit demonstrare. a prop. 2. 5.

Propos. 4. Theor. 4.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt, & æquemultiplices primæ & ter-

tiæ ad æquemultiplices secundæ, & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumptæ fuerint.

Habeat prima A ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Et accipiatur ipsarum A, C æque multiplices E, F; ipsarum verò B, D quæcunque aliæ æque multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æque multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C: acceptæque sunt ipsarum E, F æque multiplices K, L: *a* ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L ipsius C. Eadem de causa ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B; ita C ad D, acceptęque sunt ipsarum A, C æque multiplices K, L; ipsarum verò B, D aliæ quæcunque M, N: *b* ergo si K superat M, superabit & L ipsam N; & si ęqualis, æqualis; si minor minor; suntque K, L ipsarum E, F æque multiplices; M vero & N sunt ipsarum G, H æque



a prop. 3. 5.

b def. 5. 5.

H æque multiplices: c est ergo, vt E ad G; ita F ad H. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare. c *def.* 5. 5.

Lemma.

QVoniam demonstratum est, si K superet M, superare & L ipsum N; & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem. Constabit etiam, si M, superet K, superare & N ipsum L, & si sit æqualis, esse æqualem; si minor, minorem, atq; idcirco erit vt G ad E; ita H ad F.

Corollarium.

EX hoc manifestum est, si quatuor magnitudines fuerint proportionales, & conuersim proportionales esse. *Hoc est si est vt A ad B; ita C ad D; esse quoque B ad A, vt D ad C.*

Propos. 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atq; ablata ablatæ; & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.

SIt magnitudo A B magnitudinis C D æque multiplex, atque est ablata A E ablatæ C F. Dico & reliquam E B, reliquæ F D æque multiplicem esse, vt est tota A B totius C D. Quotuplex enim est A E ipsius C F, totuplex fiat E B ipsius C G. Et quia æque multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius C G, a erit A E æque multiplex C F a *prop.* 1. 5.

atq;

atq; A B ipsius G F; ponitur autem A E æque multiplex ipsius C F, atq;est A B ipsius CD:æq; multiplex ergo multiplex est A B vtriusq;G F,C D: b æquales ergo sūt G F,CD; Cōmunis C F auferatur, & erit reliqua G C reliquæ D F æqualis. Et cum æque multiplex sit A E ipsius C F, atq; E B ipsius G C, estque G C æqualis D F. æque ergo multiplex est A E ipsius C F, atque E B ipsius F D, ponitur autem & A E ipsius C F æque multiplex, vt A B ipsius C D: æque ergo multiplex E B ipsius F D; atque A B ipsius C D; ergo reliqua E B, reliquæ F D æque multiplex est, atque est tota A B totius C D. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *Colligitur ex ax. 7.*

Propositio 6. Theor. 6.

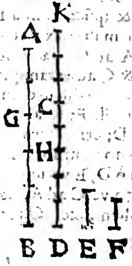
Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam sint earũdem æquè multiplices, erunt reliquæ eisdem aut æquales, aut æque multiplices.

Sint duæ magnitudines A B, C D duarum magnitudinum E, F æque multiplices, auferanturq; A G, C H earundem E, F æque multiplices. Dico reliquas G B, H D ipsis E, F, aut æquales esse, aut æque multiplices. Sit primò G B ipsi E æqualis. Dico & H D ipsi F æqualem esse. Ponatur ipsi F æqualis C K. Cum igitur A G æque multiplex

plex sit ipsius E, atque C H ipsius F; sit verò G B æqualis ipsi E, & CK ipsi F, *a* æque multiplex erit A B ipsius E, atque K H ipsius F. Ponitur autem eque multiplex A B ipsius E, atque est C D ipsius F: eque ergo multiplex est K H ipsius F, atque C D eiusdem F. Cum ergo vtraque K H, C D ipsius F eque sit multiplex, *b* equalis erit K H ipsi C D. Communis C H auferatur, & erunt reliquę K C, H D equales. Sed K C equalis est F ergo, & H D eidem F æqualis erit. Est ergo G B æqualis ipsi E, & H D ipsi F. Similiter demonstrabimus si G B ipsius E fuerit multiplex, eque multiplicem esse H D ipsius F. Si ergo duę magnitudines. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 1.5.

b Colligitur ex ax. 6.



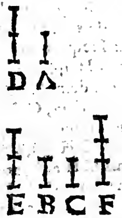
Propos.7. Theor.7.

Aequales ad eandem, eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

SInt magnitudines A, B equales, & alia quęcumque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B.

A,B. Accipiantur ipsarum A,B ęque multiplices D,E;& alia F ipsius C,vtcunque multiplex. Cum igitur æque multiplex sit D ipsius A,& E ipsius B;sit verò A æqualis B, *a* erit & D ęqualis E; estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F; erit & E eadem F maior,& si ęqualis,ęqualis; si minor,minor ; suntq; D,E ipsarum A, B ęquè multiplices , & ipsius C alia F vtcunque multiplex : est *b* ergo vt A ad C; ita B ad C. Dico & C ad vtramque A,B eandem habere proportionem . Iisdem enim constructis ostēdemus D ęqualem esse E; & aliam quandam F. Si ergo F maior est D; erit & maior quam E;& si ęqualis,ęqualis;si minor, minor; estque F ipsius C multiplex;alię verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A,B: *c* est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo ęquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

a Colligitur ex 6.



b *def. 5.5.*

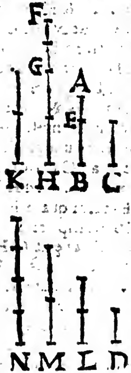
c *def. 5.5.*

Propositio 8. Theor.8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet,quam ad maiorem.

Sint inęquales magnitudines A B, C; sitque A B maior quam C, sit & alia D quęcunque. Dico

Dico A B ad D maiorem habere proportionem, quam C ad D; & D ad C maiorem, quam ad A B. Cum enim A B maior sit, quam C; ponatur ipsi



C æqualis B E. Itaque minor ipsarum A E, E B *a* multiplicetur, donec maior fiat quam D. Sit primò AE minor quam E B; & multiplicetur A E, donec maior fiat quam D, quæ sit F G, Et quam multiplex est F G ipsius A E, tam multiplex fiat G H ipsius E B, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps vna plus quoad sumpta multiplex ipsius D, fiat primò maior quàm K, sumpta sit N quadrupla ipsius D, & primo maior quam K. Cũ ergo K primò minor sit quã N, non erit K minor quàm M, cumque æque multiplex sit F G ipsius A E, & G H ipsius E B; *b* erit F G æque multiplex ipsius A E, & F H ipsius A B. æque autem multiplex est F G ipsius AE, & K ipsius C. *c* æque ergo multiplex est F H ipsius AB, & K ipsius C: sunt ergo F H, & K æque multiplices ipsarum A B, C. Rursus cum G H ipsius E B æque sit multiplex, vt K ipsius C; sitque E B ipsi C æqualis: *d* erit & G H ipsi K æqualis. At K non est minor M: ergo nec G H minor erit M: maior autem est FG quã D; tota ergo F H vtraq; D, M maior est. Sed vtraq; D, M æqualis est ipsi N, cum M ipsius D sit tripla, vtraque autem M,

a def. 4. 5.

b prop. 1. 5.

c ax. 1.

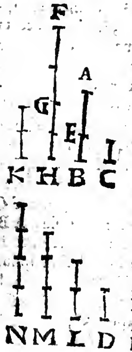
d Colligitur ex ax. 1.

K D ipsius

D ipsius D quadrupla: est vero & N ipsius D quadrupla: ergo vtraq; M, D æquales sunt ipsi N: sed F H ipsis M, D maior est. *e* Ergo F H superat N, & K non superat N; Quia ergo F H, & K sunt æque multiplices ipsarum A B, C, At N ipsius D vtcunq; multiplex est, *f* habebit A B ad D maiorẽ proportionem quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quam ad A B. iisdem enim constructis, similiter demonstrabimus N superare K, & non superare F H. Etenim N multiplex est ipsius D: ipsarum vero A B, C vtcunque multiplices sunt FH, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quam ad A B.

e def. 7. 5.

f Cũ. n. sint quatuor magnitudines A B, D, C, D, superetque multiplex primæ FH multiplicem secundæ N; at multiplex tertiæ K nõ superet multiplicẽ quartæ N, erit maior proportio A B ad D, quam C ad D per def. 7 huius.



Sit iam A E maior quam E B, & minor EB multiplicata fiat maior quàm D, quę sit G H, multiplex quidem ipsius E B, maior vero quam D. Et quam multiplex est G H ipsius E B, tam multiplex fiat F G ipsius AE, & K ipsius C; similiterq; ostendemus FH, & K ipsarum AB, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D; primo autem maior quam F G, vt rursus F G minor non sit quam M; maior verò G H quam D; ita vt tota F H ipsas D, M, hoc est, N superet; K vero ipsam N non superet; quoniã & GF maior quam GH, hoc est, quam K, non superat N. atq; ita perficiemus demonstrationem vt supra. Inæqualiũ ergo, &c. Quod oportuit, &c.

Pro-

Propositio 9. Theor. 9.

Quæ ad eandem, eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quas eademeandem habet, & illæ sunt æquales.

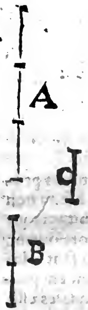
HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales, *a* non habebit vtraque A, B ad C eandem proportionem; a prop. 8.5.
habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse.

Si non sunt æquales; *b* non habebit C ad A, B eandem proportionem; b prop. 8.5.
Habet autem, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demõstrare.

Propositio 10. Theor. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior est, ad quam verò eadem maiorem habet, minor est.

HAbeat A ad C maiorem proportionem, quam B. Dico A maiorem esse. Si non. aut a prop. 9.5.
A est æqualis B, aut minor. non æqualis, *a* vtraque



traque enim A, B eandem habe-
ret proportionem ad C; at non ha-
bet; non ergo B æqualis est ipsi A.
b prop. 8. 5. Non minor. quia si minor esset A
quam B. b haberet A ad C mino-
rem proportionem, quam B; at non
habet: non ergo A minor est quam
B. ostensum est autem quod neque
sit æqualis. maior est ergo A quam
B. Habeat rursus C ad B maiorem
proportionem quam ad A; dico B
minorem esse, quam A. Si non; aut
c prop. 9. 5. est æqualis, aut maior. Non equa-
lis, c haberet enim C ad A & B ean-
dem proportionem; at non habet;
non ergo A æqualis est ipsi B. Ne-
d prop. 8. 5. que maior est B quam A; d haberet
enim C ad B minorem proportio-
nem quam ad A; at non habet: non ergo B maior
est quam A. Ostensum est autem quod neque æ-
qualis. maior ergo est A, quam B. Ad eandem er-
go proportionẽ, &c. Quod oportuit demõstrare.

Propos. 11. Theor. 11.

Quæ eidem eædem sunt proportiones, & inter se eædem sunt.

Sit vt A ad B, sic C ad D; & vt C ad D, sic E ad F. Dico esse vt A ad B; ita E ad F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E æque multiplices G, H, K: ipsarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et quia est, vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, C æque multiplices G, H; ipsarum verò B, D vtcunque eque multiplices

tiplices L, M: a ergo si G excedit L, excedit & H ipsam M, & si æqualis; si minor, minor. Rursus cũ sit vt C ad D; ita E ad F, & acceptę sint ipsarũ C, E æque multiplices H, K, ipsarũ verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N. b ergo si excedit H ipsam M, excedet & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Sed si excedit H ipsam M; excedet & G ipsam L; & si ęqualis, ęqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L, excedet & K ipsam N; & si æqualis; æqualis: si minor, minor. Et sunt quidem G, K ipsarum A, E æque multiplices: L, N vero ipsarum B, F sunt aliæ vtcunque ęque multiplices. Est c ergo vt A ad B; ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c. Quod demonstrare oportuit.

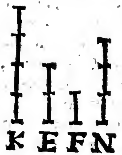
a def. 5. 5.
b def. 5. 5.
c def. 5. 5.

Propos. 12. Theor. 12.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedentium ad vnam consequentiũ ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

SInt quotcunq; magnitudines A, B, C, D, E, F, vt quidem A ad B; ita C ad D, & E ad F. Dico vt est A ad B; ita esse A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipsarum A, C, E ęque multiplices

 G, H,



G, H, K: ipſarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cum ſit vt A ad B; ita C ad D; & E ad F, acceptæque ſint ipſarum quidem A, C, E æque multiplices G, H, K; ipſarum verò B, D, F. aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N; ergo ſi *a* G excedit L, excedet & H ipſam N; & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Quare ſi excedit G ipſam L; excedent & G, H, K ipſas L, M, N, & ſi æqualis, æquales, ſi minor, minores; ſuntque G; & G, H, K ipſarum A, & A, C, E, æquè multiplices; *b* quia ſi fuerint quotcunque magnitudines quotcunq; magnitudinum, æqualium numero ſingulæ ſingularū æquè multiplices, quam multiplex eſt vna vnius, tam multiplices ſunt omnes omnium. Eadem de cauſa ſunt, L, & L, M, N ipſarum B, & B, D, F æque multiplices. Eſt ergo vt A ad B; ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quodcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonſtrare.

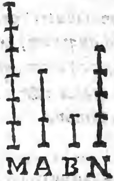
a *def.* 5. 5.

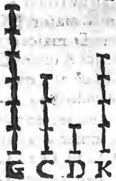
b *prop.* 5. 1.

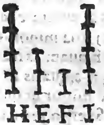
Propoſ. 13. Theor. 13.

Si prima ad ſecundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad ſextam; habebit & prima ad ſecundam maiorem, quam quinta ad ſextā.

PRima A habeat ad secundam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartam D. Tertia verò C ad quartam D maiorem habeat, quam quinta E ad sextam F. Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintam E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F; sintque ipsarum C, E quędam æque multiplices; ipsarum verò D, F alię quæcunque: ac multiplex quidem ipsis C excedat multiplicem ipsius D; multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè multiplices G, H: ipsarum D, F aliæ vtcunque K, L, *a* sic, vt G quidem K excedat: H verò L non excedat. & quam multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D, tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B; ita C ad D, acceptæque sint ipsarum A, C ęque multiplices M, G: ipsarum verò B, D aliæ vtcumque æquè multiplices N, K; si M superat N, & G superabit K; & si æqualis, æqualis: si minor, minor: superat autem G ipsam K; *b* superabit ergo & M ipsam N: at H non superat L; & sunt M, H ipsarum A, E æquè multiplices; N verò & L ipsarum B, F vtcumque







a def. 7 5.

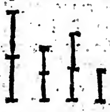
b def. 5. 5.

æque multiplices ſunt: habet ergo A ad B maiorem proportionem, quam E ad F. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſ. 14. Theor. 14.

Si prima ad ſecundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & ſecunda quam quarta maior: & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor.

Prima A ad ſecundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C ad quartam D. & ſit A quam C maior. Dico & B quam D maiorem eſſe. Cum enim A quam C maior ſit, ſitque alia quæcunq; magnitudo B; *a* habebit A ad B maiorem proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B; ſic eſt C ad D: ergo C ad D maiorem habet proportionem, quam C ad B. Ad *b* quam autem eadem maiorem proportionem habet; illa minor eſt; minor ergo eſt D quam B. quare B quam D maior eſt. Similiter demonſtrabimus ſi A æqualis ſit C, & B ipſi D æqualem eſſe: & ſi A minor ſit quam C, & B minorem eſſe quam D. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare.



A B C D

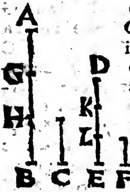
a prop. 8. 5.

b prop. 8. 5.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si vt sibi mutuo respondent, sumantur.

SInt æque multiplices A B ipsius C, & D E ipsius F. Dico esse vt C ad F; ita A B ad D E. Cum enim A B ipsius C ita multiplex sit, vt D E ipsius F, erunt in A B tot magnitudines æquales ipsi C; quot sunt in D E æquales ipsi F. Diuidatur



enim A B in magnitudines A G G H, H B equales ipsi C. Et D E in D K, K L, L E æquales ipsi F, eritq; multitudo A G, G H, H B æqualis multitudini D K, K L, L E. Et quia tam A G, G H, H B, quam D K, K L, L E æquales sunt, erit vt A G ad D K; ita G H ad K L, & B H ad L E; *a* erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo vt A G ad D K; ita A B ad D E. Est autem A G ipsi C æqualis, & D K ipsi F: ergo vt C ad F; ita A B ad DE. Partes ergo, &c. Quod oportuit demõstrare.

a prop. 12. 5.

Propos. 16. Theor. 16.

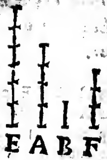
Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B; ita C ad D. Dico & per-

mutatas

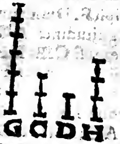
mutatas proportionales esse: Vt A ad C; ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A,B ęque multiplices, E, F; ipsarum C, D aliæ vtcumque G,H. Et quia E, F æque multiplices sunt ipsarum A, B, *a* habentq; partes eodem modo multiplicium eandem proportionem inter se comparatæ, erit vt A ad B; ita E ad F. Vt verò A ad B; ita est C ad D: ergo vt C ad D; ita est E ad F. Rursus cum G,H ipsarũ C,D sint æquè multiplices; *b* erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D; ita est E ad F: ergo vt E ad F; ita est G ad H. *c* Cum autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior; &, si ęqualis, æqualis; si minor, minor. Ergo si E superat G,& H superabit H. &, si ęqualis, æqualis; si minor, minor. Sunt autem E, F ipsarum A, B, æque multiplices. G, H verò ipsarum C, D vtcumque sunt eque multiplices. *d* Est ergo vt A ad C: ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 15.5.



b prop. 15.5.

c prop. 14.5.



d def. 5.5.

Propos. 17. Theor. 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

Sint compositę magnitudines AB,BE.CD,DF proportionales: Vt quidam AB, ad BE; ita CD, ad DF. Dico & diuisas proportionales esse, vt AE

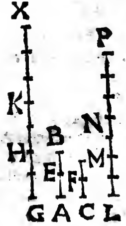
vt A E ad E B; ita C F ad F D. Accipiantur enim ipsarum AE, EB, CF, FD æque multiplices G H, HK, LM, MN ipsarum verò EB, FD aliæ vtcumque æquè multiplices KX, NP. Et quia æquè multiplex est G H ipsius A E, vt H K ipsius E B; *a* erit GH ipsius A E æquè multiplex, vt G K ipsius AB. æquè autem multiplex est G H ipsius A E, vt L M ipsius C F: *b* ergo æque multiplex est G K ipsius AB, vt LM ipsius C F. Rursus quia æquè multiplex est L M ipsius CF, vt M N ipsius F D; *c* erit LM ipsius CF æquè multiplex, vt LN ipsius CD. æquè autem multiplex erat L M ipsius CF, vt GK ipsius AB: *d* ergo GK æque multiplex est ipsius AB, vt LN ipsius CD. Sũt ergo G K, L N ipsarum A B, CD æquè multiplices. Rursus quia HK ipsius E B æquè multiplex est, vt M N ipsius FD.

a prop. 1. 5.

b prop. 11. 5.

c prop. 1. 5.

d prop. 11. 5.



Est verò & KX ipsius EB æquè multiplex, vt N P ipsius F D. *e* erit composita H X ipsius E B æquè multiplex, vt MP ipsius D F. Et quia est vt A B ad BE; ita CD ad FD; sumpteque sunt ipsarum A B, C D æque multiplices G K, L N. Ipsarum verò E B, FD aliæ vtcunque æquè multiplices H X, M P. Si ergo G K superat H X, & L N superabit M P. Et si æqualis, equalis; si minor, minor. Superet GK ipsam H X, ablata communi HK, superabit GH ipsum K X. Sed si G K superat H X, superabit & L N ipsam M P. Superet ergo L N ipsam M P, superabit (com nuni M N ablata) & L M ipsam N P. Quare si G H superat K X, &

e prop. 1. 5.

KX, & LM superabit N P. Similiter demonstrabimus, si GH æqualis sit K X, & LM æqualem esse NP; & si minor, minorem. Et sunt GH, LM ipsarum AE, CF æquè multiplices. ipsarum verò E B, FD aliæ vtcumque KX, NP. *f* Est ergo vt A E ad EB; ita CF, ad FD. Si ergo compositæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

f def. 5. 5.

Propos. 18. Theor. 18.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & compositæ proportionales erunt.

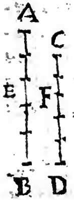
Sint diuisæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt A E ad E B; ita C F ad F D. Dico & compositas proportionales esse, vt A B ad BE; ita C D ad F D. Si non est vt A B ad B E; ita C D ad F D; sit vt AB ad B E; ita C D vel ad minorem F D; vel ad maiorem. Sit primo ad minorem DG. Cum ergo sit, vt A B ad BE; ita C D ad DG, erunt compositæ magnitudines proportionales; *a* sunt ergo & diuisæ, vt A E ad EB, ita CG ad GD; ponitur autem vt AE ad EB; ita C F ad F D: *b* erit ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD. Est autem prima C G maior tertia CF: *c* erit ergo & secunda GD maior quarta F D; sed & minor est: quod fieri non potest. Non ergo est vt AB ad B E; ita CD ad minorem ipsa FD. Similiter demonstrabimus, quod neque ad maiorem F D; ergo ad ipsam: Si ergo diuisæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 17. 5.
b prop. 11. 5.
c prop. 14. 5.

Propof. 19. Theor. 19.

Si fuerit vt tota ad totam; ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

SIt vt tota AB ad totam CD; ita ablata AE ad ablatam CF. Dico & reliquam EB ad reliquam FD esse, vt est tota AB, ad totam CD. Cũ enim sit vt tota AB ad totam CD, ita AE ad CF; *a* erit permutando AB ad AE, vt CD ad CF, & *b* diuidendo BE ad EA, vt DF ad FC; rursusque permutando vt BE ad DF; ita EA ad FC. Vt verò AE ad CF; sic ponitur tota AB ad totam CD. *c* est ergo reliqua EB ad reliquam FD, vt tota AB ad totam CD. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.



a *prop.* 16 5.
b *prop.* 17. 5.
c *prop.* 11. 5.

Corollarium.

ET quia demonstratum est, vt est AB ad CD, sic esse EB ad FD, erit *d* permutando vt AB ad EB; ita CD ad FD. compositæ ergo magnitudines proportionales sunt. Ostensum est autem, vt est AB ad AE; ita esse CD ad CF, quod est per conuersionem rationis. Vnde perspicuum est, si compositæ magnitudines proportionales sint; & per conuersionem rationis proportionales esse.

d *prop.* 16. 5.
e *def.* 17. 5.

Factę autem sunt proportiones, & in ęque multiplici-

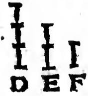
tiplicibus,& in analogijs. Nam ſi prima ſecundę ęque fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; erit vt prima ad ſecundam; ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim fuerit vt prima ad ſecundam,ita tertia ad quartam, non omnino erit prima ſecundę, & tertia quartę ęque multiplex,vt in ſeſquialteris,vel ſeſquitertijs pro portionibus,vel alijs huiuſmodi.

Propoſ.20.Theor.20.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ illis numero æquales, quæ binæ & in eadem ratione ſumantur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quam ſexta maior; etſi æqualis,æqualis; ſi minor, minor.

Sint tres maguitudines A,B,C; & aliæ ipſis numero æquales D,E,F,quæ binę, & in eadem

ratione ſumantur.Vt quidem A ad B; ita D ad E. Vt verò B ad C; ſic E ad F, ex ęquali autem A maior ſit quam C. Dico & D quam F maiorem eſſe:& ſi ęqualis, æqualem: ſi minor minorem. Cum enim A maior ſit quam C; alia ve-

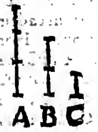


a prop. 8.5. ro quęcumq; B. a Habebit A ad B maiorem proportionē quam C ad B. Sed vt A ad B:
b prop. 16.5. ſic eſt D ad E. vt autem C ad B ita eſt b conuertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem

iorem proportionem habet, quam F ad E: c ad eandem autem proportionem habentium; quæ maiorem habet, illa maior est; maior est ergo D quam F. Similiter demonstrabimus. Si A sit æqualis C; & D æqualem esse F; & si minor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonstrare oportuit. c prop. 10. 5.

Propos. 21. Theor. 21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fuerit autem earũ perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quam tertia, & quarta quã sexta maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

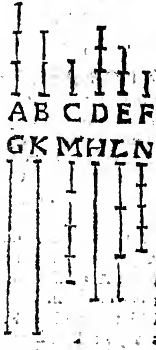


Sint tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis numero æquales D, E, F quæ binæ, & in eadem ratione sumantur sit autem perturbata earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex æquali A quam C maior. Dico & D maiorem esse ipsa F; & si æqualis, æqualem; si minor, minorem. Cum ergo A maior sit quam C, sitque alia quædam B. a Habebit A ad B maiorem proportionem, quam C ad B sed vt A ad B; ita est E ad F. Et b conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: quare E ad a prop. 3. 5. b prop. 4. 5. c prop. 8. 5.

re E ad F maiorem proportionem habet, quam E ad D. Ad quam autem eadem maiorem proportionem habet, illa minor est: minor est ergo F, quam D: adeoque maior D quam F. Similiter ostendemus si A sit æqualis C, & D ipsi F ęqualem esse: & si minor, minorem. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcumq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.



Sint quotcumque magnitudines A, B, C; & alię ipsis numero æquales D, E, F, quę binæ & in eadem proportione sumantur, vt quidem A ad B; ita D ad E; vt verò B ad C; sic E ad F. Dico quod ex æquali in eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C; ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D ęquè multiplices G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L: Item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N: Et cum

cum sit, vt A ad B; ita B ad E, acceptæq; sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H. Ipsarum B, E aliæ vtcumq; æquè multiplices K, L, *a* erit vt G ad K; ita H ad L. Eadem de causa erit, vt K ad M; ita L ad N. Cum ergo tres magnitudines sint G, K, M; & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eadem proportione sumuntur; *b* ex æquali si G superat M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt G, H ipsarum A, D æquè multiplices. M, N ipsarum C, F: *c* erit ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare.

a prop. 4. 5.

b prop. 20. 5.

c def. 5.

Propos. 23. Theor. 23.

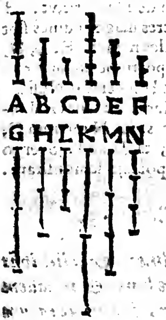
Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, fueritque earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.

Sint tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis æquales numero binæ in eadem proportione sumptæ D, E, F; sit autem earum perturbata proportio. Vt A ad B; sic E ad F. Vt verò B ad C; sic D ad E. Dico esse vt A ad C; ita D ad F. Sumantur ipsarum A, B, D æquè multiplices G, H, K. Ipsarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipsarum A, B sunt æquè multiplices, *a* partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B; sic G ad H. Eadem de causa erit, vt E ad F; sic M

a prop. 15. 5.

b prop. 11.5. ad N, cumq; sit vt A ad B; ita E ad F; b erit quoq; vt C ad H; ita M ad N. Rursus quia est vt B ad C ita D ad E, sumptæq; sunt ipsarum B, D æquè multiplices H K: ipsarum verò C, E aliæ vtcumq; L, M;

c prop. 4.5. c erit vt H ad L; ita K ad M. Ostensum est autem esse, vt G ad H; ita M ad N. Cum ergo tres magnitudines G, H, L, proportionales sint; & aliæ ipsis numero æquales K, M, N, binę in eadem proportione sumptæ, sitque earũ perturbata proportio;



d prop. 21.5. ex d æquali si G superat L; & K superabit N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor, suntq; G, K ipsarum A, D æque multiplices. L, N verò ipsarum C, F.

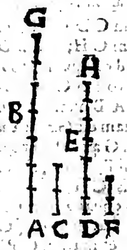
e def. 5.5. e Est ergo, vt A ad C; ita D ad F. Si ergo sint tres, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propositio 24. Theor. 24.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam: habebit & composita ex prima & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia, & sexta ad quartam.

Ha-

HAbeat prima A B ad ſecundam C eandem proportionem, quam tertia D E ad quartam F. habeat verò & quinta B G ad ſecundam C eandem proportionem, quam ſexta E H ad quartam F. Dico compoſitam ex prima, & quinta A G ad ſecundam C eandem habere proportionẽ, quam habet compoſita ex tertia, & ſexta D H ad quartam F. Cum enim ſit vt B G ad C; ita E H ad F; *a* erit conuertendo vt C ad B G; ita F ad E H. Et quia eſt vt A B ad C: ita D E ad F. Vt verò C ad B G; ita F ad E H. *b* Ex æquali ergo eſt; vt A B ad B G: ita D E ad E H. *c* Et cum diuiſæ magnitudines proportionales ſint, erunt & compoſitæ proportionales. Vt ergo A G ad G B; ita D H ad H E. Eſt vero, vt G B ad C: ita E H ad F: *d* ex æquali ergo eſt, vt A G ad C; ita D H ad F. Si ergo prima ad ſecundam, &c. Quod oportuit demonſtrare.



a Lemma pro poſ. 4. 5.

b prop. 22. 5.

c prop. 18. 5.

d prop. 22. 5.

Propoſ. 25. Theor. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima duabus reliquis maiores erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A B, C D, E, F, vt quidem A B, ad C D: ita E ad F. Sit maxima A B, minima F. Dico A B, & F,

a prop. quam C D, E maiores esse. *a* Ponatur ipsi E æ-
3. 1. qualis A G; ipsi F, æqualis C H. Cum ergo sit vt A B ad C D; ita E ad F. Sit autem ipsi E æqualis A G; F verò C H. erit vt A B ad C D; ita A G ad C H. Et quia est vt tota A B ad totam C D, ita ablata A G ad ablatam C H; *b* erit &

b prop. reliqua G B ad reliquam H D,
19. 5. vt tota A B ad totam C D: maior est autem A B quam C D. maior ergo etiam est G B, quam H D. Et cum A G æqualis sit ipsi E; & C H ipsi F; erunt A G & F æquales ipsis C H, & E, & cum, *c* quando æqualia inæqua-
c ax. 4. libus adduntur, tota fiant inæqualia. Ergo si (G B, H D inæqualibus existentibus & maiori G B) addantur ipsi G B, ipsæ A G; & F; ipsi verò H D; ipsæ C H, & E, colligentur A B, & F maiores, quam C D; & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare.

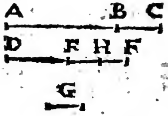
Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propos. 26. Theor. 26.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

Habeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico C B ad B A mino-

minorem habere, quam F E ad E D. Sit vt A B ad B C: ita D E ad aliam G: ergo D E ad G maiorem habet proportionem, quam D E ad E F: *a* minor ergo erit G, quam E F. Ponatur ipsi G æqualis E H. Quia igitur vt A B ad B C; ita est D E ad E H: *b* erit conuertendo, vt C B ad B A; ita H E ad E D. *c* Sed H E ad E D minorem habet proportionem, quam F E ad E D: Ergo & C B ad A B minorem habebit, quam F E ad E D. Quod oportuit demonstrare.



a *prop.* 8. 5.

b *Lemma pro pos.* 4. 5.

c *prop.* 8. 5.

Quod si A B ad B C minorem habuerit proportionem, quam D E ad E F; habebit conuertendo C B ad B A maiorem, quam F E ad E D. sit vt A B ad B C; ita D E ad aliam E G, *d* quæ maior erit quam E F. *e* Conuertendo ergo erit vt C B ad B A; ita G E ad E D. *f* At G E ad E D maiorem habet proportionem, quam F E ad E D: ergo C B ad B A maiorem habebit, quam F E ad E D.

d *prop.* 8. 5.

e *Lemma pro pos.* 4. 5.

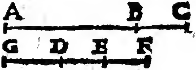
f *prop.* 8. 5.

Propos. 27. Theor. 27.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam;

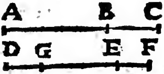
habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam secunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorẽ proportionem, quam D E ad E F. Dico A B ad D E maiorẽ habere, quam B C ad E F. Vt enim A B ad B C; ita sit alia G E ad E F: *a* quæ maior erit, quam D E. *b* Est ergo permutando, vt A B ad G E; ita B C ad E F. *c* Habet autem A B, ad D E maiorem proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quam B C ad E F. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 8.5.
b prop. 16.5.
c prop. 8.5.

Eadem ratione, si A B ad B C minorem habeat proportionem, quam D E ad E F, sequetur permutando A B ad D E minorem habere, quam B C ad E F. Sit enim vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *d* quæ minor erit quam D E. *e* Sed A B ad D E minorem habet proportionem, quam A B ad G E, hoc est, quam B C ad E F. Habebit igitur A B ad D E minorem proportionem, quam B C ad E F.



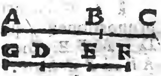
d prop. 8.5.
e prop. 8.5.

Pro-

Propositio 28. Theor. 28.

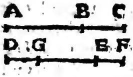
Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia ad quartam, etiam componendo prima & secunda ad secundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia & quarta ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quam D E ad E F. Dico & A C ad CB maiorem habere, quàm D F ad F E. fit vt A B ad BC; ita alia G E ad E F: *a* erit G E maior quã D E. Quia igitur est, vt A B ad B C; ita G E ad E F; *b* erit componendo, vt A C ad C B; ita G F ad F E. *c* Sed G F ad F E maiorem proportionem habet, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B maiorem habet proportionẽ, quam D F ad F E. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 8. 5.
b prop. 18. 5.
c prop. 8. 5.

Quod si A B ad B C minorem proportionem habeat, quam D E ad E F, *d* habebit etiam componendo A C ad C B minorem, quam D F ad E F. Quia enim A B ad B C minorem proportionem habet, quam D E ad E F; fit vt A B ad B C; ita alia G E ad E F, *e* erit ea minor quam D E ergo vt A C ad C B, ita erit G F ad F E. sed G F ad F E minorem habet pro-

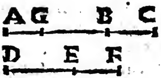


d prop. 18. 5.
e prop. 8. 5.

portionem, quam D F ad F E. Ergo & A C ad C B minorem habebit, quam D F ad F E.

Propos. 29. Theor. 29.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quam tertia, & quarta ad quartam, habebit & diuidendo prima ad secundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.



HAbeat A C ad C B maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico & A B ad B C maiorem habere, quam D E ad E F. Vt enim D F ad F E; ita sit alia G C ad C B; *a* eritque G C minor, quam A C; & diuidendo erit G B ad B C; vt D E ad E F. *b* sed A B ad B C maiorem proportionem habet, quam G B ad B C. Ergo & A B ad B C maiorem habebit, quam D E ad E F.

a prop. 8. 5.

b prop. 8. 5.

Si vero A C ad C B minorem habeat proportionem, quam D F ad F E; habebit & diuidendo A B ad B C minorem, quam D E ad E F. Si enim sit vt D F ad F E; ità alia G C ad C B, *c* erit G C quam A C maior, *d* eritque diuidendo G B ad B C, vt D E ad E F. Habet autem A B ad B C minorem proportionem, quam G B ad B C; ha-

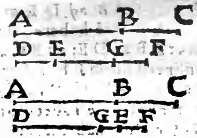
c prop. 8. 5.

d prop. 17. 5.

C; habebit ergo & A B ad B C minorem, quam D E ad E F.

Propos. 30. Theor. 30.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia, & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima, & secunda ad primam minorem habebit, quam tertia, & quarta ad tertiam.



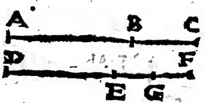
HAbeat A C ad B C maiorem proportionem, quam D F ad F E. Dico C A ad A B minorem habere, quam F D ad D E. Sit enim vt A C ad C B, sic D F ad aliam F G, *a* quæ minor erit quam F E. *b* Quare per conuersionem rationis, vt C A ad A B: ita erit F D ad D G. *c* sed F D ad D G minorem proportionem habet, quam F D ad D E. Ergo & C A ad A B minorem habebit, quam F D ad D E. Quod si A C ad C B minorem proportionem habeat, quam D F ad F E; habebit per conuersionem rationis C A ad A B maiorem, quam F D ad D E; erit enim vt A C ad C B, ita D F ad maiorem quam F E reliqua manifesta sunt.

a prop. 8. 5.
b corol. 19. 5.
c prop. 8. 5.

Pro-

Propos. 31. Theor. 31.

Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat; quam secunda ad quartam; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima & secunda ad tertiam, & quartam.



HAbeat A B ad D E maiorem proportionem, quam B C ad E F. Dico & A B ad D E maiorē habere, quā A C ad D F. Sit enim vt A B ad D E; ita B C ad
a prop. aliam E G, *a* quæ minor erit quam E F. *b* Ergo
8. 5. tota A C ad totam D G est vt A B ad D E. *c* sed
b prop. A C ad D G maiorem proportionē habet quam
12. 5. ad D F: ergo A B ad D E maiorē habebit, quam
c prop. A C ad D F. Et manifestum est totam A C ad to-
8. 5. tam D F minorem habere, quam A B ad D E, & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

Propos. 32. Theor. 32.

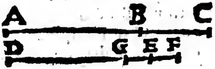
Si tota ad totam maiorem habuerit proportionem, quam ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem quam tota ad totam.

HAbeat A C ad D F maiorē proportionem, quam A B ad D E. Dico & reliquam B C ad re-

ad reliquam E F maiorem habere, quam A C ad D F. Sit enim vt A C ad D F, ita A B ad D G. *a* ergo & reliqua B C ad reliquã G F est, vt A C ad D F. sed *b* B C ad E F maiorem proportionẽ habet, quam ad F G. Ergo & B C ad E F maiorem habebit, quam A C ad D F. Si verò A C ad D F minorem proportionem habeat, quam A B ad D E, & reliqua B C ad reliquam E F minorem habebit, quam A C ad D F, quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

a prop. 19. 5.

b prop. 8. 5.



Propos. 33. Theor. 33.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatq; prima priorum ad secũdam maiorẽ proportionem, quam prima posteriorum ad secundam; secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam secunda posteriorum ad tertiam: etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.

HAbeat A ad B maiorem proportionem, quam D ad E, & B ad C maiorem, quam E ad F. Dico ex æquali A ad C maiorem habere

re quam D ad F. Cum enim A ad B maiorem proportionem habeat, quam D ad E, *a* habebit permutando A ad D maiorem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E maiorem, quam C ad F. ergo A ad D maiorem habet quam C ad F, & permutando A ad C maiorem habebit, quã D ad F. Quod oportebat demonstrare.

a prop. 27. 5.

Quod si prima priorum ad secundam minorem habeat proportionem, quam prima posteriorum ad secundam: secunda vero priorum ad tertiam minorem habeat; quam secunda posteriorum ad tertiam. Similiter demonstrabitur etiam ex æquali primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quam primam posteriorum ad tertiam.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEXTVM.

Definitiones.

1 Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propos. 4. triangula A B C, D C E.*

2 Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes, & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ A D B F, B E C G, in quibus antecedentes sunt D B, G B, consequentes B E, B F. & propos. 15. triangula A B C, A D E, in quibus antecedentes sunt C A, A E, consequentes A D, A B.*

3 Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est vt tota ad maiorem portionem; ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2. in qua linea A B in H extrema ac media ratione secta est; estque vt recta A B ad maiorem portionem A H, ita maior ad minorem B H. demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

4 Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. prima triangulorum A H B, A B D, A D L, altitudo est perpendicularis A C.*

5 Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates inter se multi-

multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla & tripla cōponitur sextupla: nam denominator duplæ 2, ductus in denominatorem triplæ 3, facit 6. sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

Propos. 1. Theor. 1.

Triangula & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

SInt triangula A B C, A C D, parallelogramma E C, C F habentia altitudinem eandem, perpendicularem nempe ex A in B D ductam. Dico esse, & triangulum A B C, ad triangulum A C D, & parallelogrammum E C, ad parallelogrammum C F, vt est basis B C ad basim C D. Producatur enim B D vtrinque in H, L, sintque basi B C æquales B G, G H; basi verò C D quæcunque D K, K L, & iungantur A G, A H, A K, A L. Cumque B C, B G, G H æquales sint, erunt
a prop. 38. 1. & triangula A G H, A G B, A B C æqualia. Quam multiplex ergo est basis H C baseos B C, tam multiplex est triangulum A H C trianguli A B C. Eadem de causa quàm multiplex est L C

basis

basis ipsius C D, tam multiplex est triangulum A L C trianguli A C D. Et si basis H C, basi C L æqualis sit; erit & triangulum A H C; triangulo A C L æquale; Et si superet H C, ipsam C L, superabit & triãgulum A H C, triangulum A C L, & si minor, minus. Cum ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases B C, C D; & duo triangula A B C, A C D; acceptæq; sint baseos quidem B C, & trianguli A B C æque multiplicia, basis H C, & triangulum A H C. Baseos verò C D, & trianguli A C D, alia vtcunque, nempe basis C L; & triangulum A L C: demonstratumq; sit si H C excedat C L, & A H C excedere A L C; & si æqualis, æquale; & si minor, minus; *b* erit vt basis B C ad basim C D; ita triangulum A B C, ad triangulum A C D. Et cum trianguli A B C *c* duplum sit parallelogrammum E C; trianguli verò A C D duplum parallelogrammum F C, & *d* partes eodem modo multiplicium eandem habeant proportionem, erit vt triangulum A B C ad triangulum A C D; ita parallelogrammum E C, ad parallelogrammum F C. Et quia demonstratum est, esse vt basim B C ad basim C D, ita triangulum A B C ad triangulum A C D. Vt verò A B C ad A C D; ita E C ad C F; *e* erit vt basis B C ad basim C D; ita parallelograminum E C ad parallelogrammum C F, triangula ergo & parallelogramma, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *def.* 5. 5.

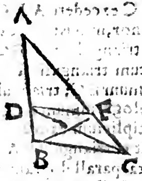
c *prop.* 41. 1.

d *prop.* 15. 5.

e *prop.* 11. 5.

Propos. 2. Theor. 2.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.



Lateri B C trianguli A B C ducta sit parallela D E. Dico esse, vt B D ad D A; ita C E ad E A. Ductis enim B E, C D *a* erit triangulum B D E æquale triangulo C D E; habent enim eandem basim D E, & sunt in ijsdem parallelis D E, B C. Aliud autem triangulum est A D E. *b* Aequalia autem ad idē eandem habent proportionem: erit ergo vt B D E triangulum ad A D E; ita C D E triangulum ad idem A D E triangulum. *c* Sed vt B D E ad A D E; ita est B D ad D A. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in A B ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandem causam, vt est triangulum C D E ad A D E; ita est C E ad E A. *d* vt ergo B D ad D A; ita est C E ad E A. Sint iam trianguli A B C latera A B, A C proportionaliter secta, sitq; vt B D ad D A, ita C E ad

a prop. 37.1.

b prop. 7.5.

c prop 1.6.

d prop 11.5.

ad E A. Ducta ergo D E, dico illam ipsi B C parallellam esse, ijsdem enim constructis, cum sit vt B D ad D A, ita C E ad E A; *e* atqui vt B D ad D A; ita est triangulum B D E ad triangulum A D E. Et vt C E ad E A; ita triangulum C D E ad idem A D E; *f* vt ergo triāgulum B D E ad triangulum A D E, sic triangulum C D E, ad triangulum A D E. vtrumque ergo triangulorum B D E, C D E, ad triangulum A D E *g* eandem habet proportionem, æqualia ergo sunt, suntq́; in eadem basi D E. *h* at triangula æqualia eandem habentia basim, in ijsdem sunt parallelis, ergo D E parallela est ipsi B C. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

e *prop.* 1. 6.
f *prop.* 11. 5.
g *prop.* 9. 5.
h *prop.* 40. 1.

Propos. 3. Theor. 3.

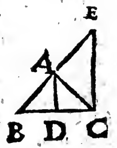
Si trianguli angulus bisecetur, rectaq́; angulum secans, secet & basim, habebunt basis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad basim ducitur recta linea, trianguli angulum bisecabit.

ESto triangulum A B C, & angulus B A C bisecetur rectà A D. Dico esse, vt B D ad D C, ita B A ad A C. Ducatur C E per C, parallela D A, cui B A producta in E occurrat. Et quia in parallelas A D, E C recta A C incidit, *a* erunt angu-

a *prop.* 29. 1.

anguli A C E, C A D æquales ſed C A D, B A D ponuntur æquales; *b* erunt ergo & B A D, A C E æquales. Rurſus cum in parallelas A D, E C incidat B E, *c* erit angulus externus B A D, æqualis interno A E C; oſtenſus eſt autem & A C E ipſi B A D æqualis: *d* erit ergo & A C E æqualis ipſi A E C. *e* vnde & latera A E, A C æqualia erunt. Et quia trianguli B C E lateri E C ducta eſt parallela A D; *f* erit vt B D ad D C; ita B A ad A E; eſt autem A E ipſi A C æqualis: *g* eſt ergo vt B D ad D C ita B A ad A C. Sed eſto iam vt B D ad D C; ita B A ad A C, iunctaq; ſit A D. Dico angulum B A C biſecari rectà A D: iiſdem enim conſtructis, cum ſit vt B D ad D C; ita B A ad A C: *h* & vt B D ad D C; ita B A ad A E (eſt enim lateri E C trianguli B C E ducta parallela A D) erit vt B A ad A C ita B A ad A E; *i* æqualis ergo eſt A C ipſi A E. *k* Quare & angulus A E C angulo A C E æqualis erit. *l* ſed A E C externo B A D eſt æqualis; *m* & A C E alterno C A D; erit ergo & B A D æqualis ipſi C A D: ergo B A C rectà A D biſecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b ax. 1.
c prop. 29. 1.
d ax. 1.
e prop. 6. 1.
f prop. 2. 6.
g prop. 7. 5.
h prop. 2. 6.
i prop. 9. 5.
k prop. 6. 1.
l prop. 9. 1.
m prop 29. 1.



Propoſ. 4. Theor. 4.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia ſunt; Et latera æqualibus angulis ſubtenſa, homologa, ſiue eiuſdem rationis.

Sint

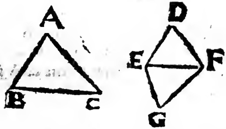
SInt triangula A B C, D C E æquiangula, æquales habentia angulos A B C, D C E, & A C B, D E C, & B A C, C D E. Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Cōponantur enim B C, C E in directum.

C, C E in directum. Et cum anguli A B C, A C B
duobus rectis minores sint, sit autem angulus D
E C angulo A C B æqualis, erunt & A B C, D E a def.
C duobus rectis minores *a* cōcurrent, ergo B A, 11. 1.
E D productæ. Concurrant in F; cumque angu *b prop.*
li D C E, A B C æquales sint, *b* erunt rectæ B F, 28. 1.
C D parallelæ. Rursus cum anguli A C B, D E *c prop.*
C æquales sint., *c* erunt & A C, F E parallelæ, 28. 1.
ideoque F A C D parallelogrammum est; *d* erit- *d prop.*
que F A æqualis ipsi C D; & A C ipsi F D; & cum 30. 1.
ad latus F E trianguli F B E ducta sit parallela A *e prop.*
C, *e* erit vt B A ad A F; ita B C ad C E; est au- 2. 6.
tem A F æqualis ipsi C D; vt *f* ergo B A ad C D; *f prop.*
ita B C ad C E; & *g* permutando, vt A B ad B C; 7. 5.
ita D C ad C E. Rursus cum C D, B F parallelæ *g prop.*
sint, *h* erit vt B C ad C E; ita F D ad D E. Est au- 16. 9.
tem D F æqualis A C. Vt *i* ergo B C ad C E; ita *h prop.*
A C ad E D. *k* ergo permutando, vt B C ad C A; 2. 6.
ita C E ad E D. Cum ergo demonstratum sit, es- *i prop.*
se vt A B ad B C; ita D C ad C E. Vt verò B C 7. 5.
ad C A; ita C E ad E D; erit ex *l* æquali vt B A ad *K prop.*
A C; ita C D ad D E. æquiangulorum ergo, &c. 16. 5.
Quod oportuit demonstrare. *l prop.*

M 2 Pro- 22. 5.

Propos. 5. Theor. 5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



HAbeant triangula A B C, D E F latera proportionalia, nempe, vt A B ad B C; ita D E ad E F. Et vt B C ad C A; ita E F ad F D: atq; vt B A ad A C, ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur, vnde æquales erunt anguli A B C, D E F; & B C A, E F D; & B A C; E D F. *a* Constituantur
a prop. 23. 1. enim ad puncta E, F rectæ E F anguli F E G, E F G æquales angulis A B C, B C A erunt ergo & reliqui B A C, E G F æquales: triangula ergo A
b prop. 4. 6. B C, E G F sunt æquiangula: *b* habent igitur latera circa equales angulos proportionalia; erűtque latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Ergo vt A B ad B G; ita E G ad E F: Sed vt
c prop. 11. 5. A B ad B C; ita ponitur, D E ad E F: *c* vt igitur D E ad E F; ita G E ad E F. Vtraque ergo D E, G E

G E ad E F eandem habet proportionem; *d* æquales igitur sunt D E, G E. Eadem de causa D F, G F æquales erunt. Cum igitur D E, E G æquales sint, communis E F: erunt duæ D E, E F, duabus G E, E F æquales; & basis D F basi G F æqualis; *e* erit ergo angulus D E F angulo G E F æqualis; & triangulum D E F triangulo G E F æquale; & reliqui anguli, reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur: anguli ergo D F E, G F E sunt æquales; item E D F, E G F: & cum angulus F E D æqualis sit angulo G E F; & G E F ipsi A B C; *f* erit & A B C ipsi F E D æqualis. Eadem de causa erit angulo A C B æqualis angulus D F E; & angulus ad A angulo ad D. triangula ergo A B C, D E F æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

d prop. 9. 5.
e prop. 8. 1.
f ax. 1.

Propos. 6. Theor. 6.

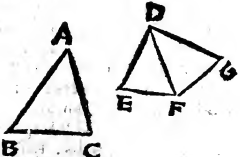
Si duo triangula vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

SInt duo triangula A B C, D E F, angulos B A C, E D F habentia æquales, & circa ipsos latera proportionalia, vt B A ad A C; ita E D ad D F. Dico triangula A B C, D E F esse æquiangula, adeoque angulum A B C angulo D E F; & A C D ipsi D F E, æqualem habere. *a* Constituantur enim ad puncta D, F rectæ D F alterutri angulo-

a prop. 23. 1.

gulorum B A C, E D F æqualis F D G; angulo verò A C B ęqualis D F G: erit igitur & reliquus ad B, reliquo ad G ęqualis *b* triangula ergo A B C, D G F sunt ęquiangula. Est ergo vt B A ad AC; ita G D ad D F: ponitur autē vt

b. *prop.* 8. 1.



BA ad A C, ita E D ad D F; ergo vt E D ad D F; ita est G D ad D F; *c* æqualis ergo est E D ipsi G D, communis D F. Duæ ergo E D, D F, duabus G D, D F sunt æquales, & angulus E D F angulo G D F æqualis; *d* erit ergo, & basis E F basi G F æqualis, & triangulum D E F triangulos G D F: quare reliqui anguli reliquis æquales erunt, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus ergo D F G æqualis est angulo D F E; & qui ad G illi, qui ad E. Sed D F G æqualis est A C B angulo; *e* ergo & A C B ipsi D F E æqualis erit; ponitur autem & B A C ipsi E D F ęqualis: reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad triangula ergo A B C, D E F æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c *prop.* 9. 5.

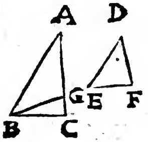
d *prop.* 8. 1.

e *ax.* 1.

Pro-

Propos. 7. Theor. 7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem; & circa alios angulos latera proportionalia habuerint; reliquorum vero vtrunque, aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula; & angulos, circa quos latera sunt proportionalia, æquales habebunt.

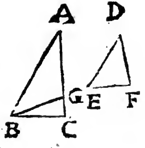


Sint duo triangula A B C, D E F, habentia angulos B A C, E D F æquales; circa alios vero angulos A B C, D E F latera proportionalia. Vt A B ad B C; ita D E ad E F. reliquorum verò angulorũ qui ad C, & F, primum vtrumque minorem recto. Dico A B C, D E F triangula, esse æquiangula; angulumque A B C angulo D E F; & qui est ad C, illi qui est ad F, æqualem. Quod si anguli A B C, D E F inæquales sint; erit vnus maior. Sit maior A B C; & *a* constituatur ad punctum B rectæ A B angulus A B G, æqualis angulo D E F. Et cum anguli A, D æquales sint; item A B G, D E F; *b* erunt & reliqui A G B, D F E æquales. triangula ergo A B G, D E F æquiangula sunt; est ergo vt A B, ad B G; ita D E ad E F: sed vt D E ad E F; ita ponitur A B ad B C: ergo vt A B ad BC; ita est A B ad B G. *d* Cum

a prop. 23. 1.
b prop. 32. 1.
c prop. 4. 6.

d prop. 9. 5.

e prop. 5. 1.



d Cum ergo A B ad vtramque B C, B G eandem habeat proportionem, erunt B C, B G æquales. *e* ergo & anguli B G C, B C G æquales erunt: At B C G minor recto ponitur, erit ergo & B G C recto minor: *f* quare angulus A G B ei deinceps maior erit recto: ostensus est autem æqualis angulo F: erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod est absurdum: anguli ergo A B C, D E F non sunt inæquales: æquales ergo. *g* sunt verò & anguli A, D æquales: ergo & qui ad C & F æquales erunt. Quare triangula A B C, D E F æquiangula erunt. Sit rursus vterque angulus ad C & F non minor recto. Dico & sic triangula A B C, D E F æquiangula esse, iisdem enim constructis, ostendemus rectas B C, B G esse æquales, vt prius: *h* erunt igitur & anguli C, B G C æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec B G C recto minor erit. Sunt ergo trianguli B G C duo anguli non minores duobus rectis, *i* quod fieri non potest, non ergo anguli A B C, D E F inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A & D æquales; erunt *k* igitur & reliqui ad C & F æquales. Quare triangula A B C, D E F sunt æquiangula. Si ergo duo triangula; &c. Quod oportuit demonstrare.

f prop. 13. 1.

g prop. 32. 1.

h prop. 5. 1.

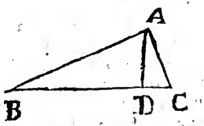
i prop. 17. 1.

k prop. 32. 1.

Pro-

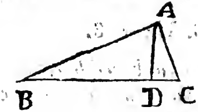
Propos. 8. Theor. 8.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.



Esto triangulum rectangulum A B C rectum habens B A C, ducaturque ab A ad B C perpendicularis A D. Dico triangula A B D, A D C. & toti A B C, & inter se esse similia. Cum enim angulus B A C ęqualis sit angulo A D B; rectus enim est vterque: & angulus ad B cõmunis vtriq; triangulo A B C, A B D; *a* erit & reliquus A C B reliquo B A D æqualis: æquiangula ergo sunt triangula A B C, A B D. *b* Est ergo vt B C rectũ trianguli A B C subtendens, ad B A rectum trianguli A B D subtendentem; ita ipsa A B angulum C trianguli A B C subtendens, ad B D subtendentem angulum B A D trianguli A B D. Et ita A C ad A D subtendentem angulum B communem vtriusque trianguli. Triangula ergo A B C, A B D æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia; *c* similia ergo sunt triangula A B C, A B D. Eodem modo ostendemus triangulum A D C triangulo A B C simile esse. Vtrumque ergo triangulum A B D, A D C toti A B C simile est. Dico quod & inter

a colligitur ex 32. 1.
b prop. 4. 6.
c def. 1. 6.



inter se similia sint A B D, A D C triãgula. Cũ enim anguli B D A, A D C recti sint, erunt & æquales: ostensus est autem & B A D ipsi C æqualis: *d* ergo & reliquus ad B, reliquo D A C ęqualis erit. Triangula ergo A B *D*, A *D* C æquiangula sunt. *e* Est ergo, vt B *D* subtendens angulum B A *D* trianguli A B *D*, ad *D* A subtendentem angulum C trianguli A *D* C æqualem angulo B A *D*; ita ipsa A *D* subtendens trianguli A B *D*, angulum B, ad *D* C subtendentem angulum *D* A C trianguli A *D* C æqualem angulo B; & ita B A ad A C subtentem rectum A *D* C. Triangula ergo A B *D*, A *D* C similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

d colligitur ex 32. 1.
e prop 4. 6.

Corollarium.

Ex his manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter B C, B D medium proportionale, & latus B A. Inter B C, C D, latus D C.*

Pre-

Propof. 9. Probl. 1.

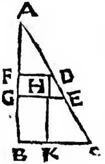
A data recta linea imperatam partem auferre.

OPorteat à data recta A B, imperatam partem aufer-
re. Sit auferenda pars tertia. Du-
catur ab A recta A Ç cum A B
quemcumque angulum cõtinens;
& accipiatur in A C quodcumq;
punctum *D*, *a* ponanturq; ipsi A *a prop.*
D æquales *D* E, E C; ducatur C B, *3. 1.*
b eiq; per *D* parallela ducatur *D* *b prop.*
F. Cum ergo lateri B C trianguli A B C paral- *31. 1.*
lela sit ducta *D* F; *c* erit vt C D ad *D* A; ita B F *c prop.*
ad F A. Est autem *D* C ipsius *D* A dupla; dupla *2. 6.*
ergo est & B F ipsius F A. tripla ergo est B A ip-
sius A F. A data ergo recta A B imperata pars,
nimirum tertia A F ablata est. Quod oportuit
facere.

Propof. 10. Probl. 2.

Datam rectam lineam insectam, datæ rectæ sectæ similiter secare.

OPorteat datam insectam A B similiter se-
care, vt secta est A C. Sit A C in punctis
D, E secta. Collocentur A B, A C vt angulum
quemcumque contineant, & ducatur C B; atque
per *D*, E agantur ipsi B C parallelæ *D* F, E G; &
per *D* ipsi A B ducatur parallela *D* H K; & erit
vtrum-

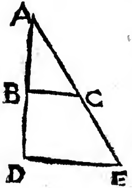


a prop. 34. 1. b prop. 2. 6. c prop. 34. 1. d prop. 2. 6.

vtrumque F H, H B parallelogrammum. *a* Sunt ergo tam *D* H, F G; quam H K, G B æquales & cum ipsi K C trianguli *D* K C ducta sit parallela H E; *b* erit vt C E ad E *D*; ita K H ad H *D*. *c* Est autẽ tam K H ipsi B G; quam H *D* ipsi G F æqualis; est ergo vt C E ad E *D*; ita B G ad G F. Rursus *d* cum lateri E G trianguli A G E ducta sit parallela F *D*, erit vt E *D* ad *D* A; ita G F ad F A: ostensum est autem esse, vt C E ad E *D*, ita B G ad G F, est ergo vt C E ad E D; ita B G ad G F, vt verò E *D* ad *D* A; ita G F ad F A: data ergo recta insecta A B similiter secta est, vt secta A C. Quod oportuit facere.

Propos. 11. Probl. 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



a prop. 3. 1. b prop. 31. 1. c prop. 2. 6.

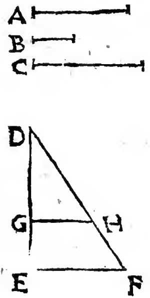
Sint datæ B A, A C, & ponãtur vt angulum quemcumque contineant. oportet ergo ipsis B A, A C tertiam proportionalem inuenire. Producantur A B, A C ad *D*, E puncta; & *a* ponatur ipsi A C æqualis B *D*; & ipsi B C *b* ducatur parallela *D* E per *D*. Cum itaque lateri *D* E trianguli A *D* E ducta sit parallela B C; *c* erit vt A B ad *D* B; ita A C ad C E; ęqualis est autem B *D* ipsi A C; est ergo vt A B ad A C; ita A C ad C E.

Datis

Datis ergo duabus A B, A C inuenta est tertia proportionalis C E. Quod oportuit facere.

Propos. 12. Probl. 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

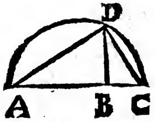


OPorteat tribus datis rectis A, B, C, quartam proportionalem inuenire. Exponantur duæ rectæ *D* E, *D* F continentes angulum quemcunque
E *D* F: & *a* ponatur ipsi A a prop
æqualis recta *D* G; ipsi B, 3. 1.
recta G E: & ipsi C recta
D H; *b* atque ipsi G H aga- b prop.
tur parallela E F per E. 31. 1.
Cum ergo lateri E F trianguli *D* E F ducta sit parallela G H, *c* erit vt *D* G c prop.
ad G E; ita *D* H ad H F. 2. 6.
Est autem *D* G æqualis ipsi A, G E ipsi B; *D* H ipsi C; est ergo vt A ad B; ita C ad H F. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis H F. Quod oportuit facere.

Pro-

Propos. 13. Probl. 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



Sit duabus datis A B, B *C* media proportionalis inuenienda. Ponantur in directum, describaturq; super A *C* semicirculus A *D C*; *a* & ducatur à B puncto, B *D*, ipsi A *C* ad angulos rectos, iunctis A *D*, *D C*. *b* Et quia angulus A *D C* rectus est; quippe in semicirculo, estque in triangulo rectangulo ex angulo recto *D* ad basim A *C* perpendicularis ducta *D* B. *c* erit B *D* inter partes basis A B, B *C*, media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

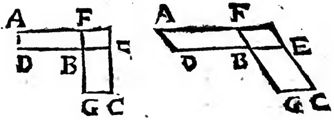
a prop. 11. 1.
b prop. 31. 3.
c corol. 1. prop. 8. 6.

Propositio 14. Theor. 9.

Aequalium, & vnum vni angulo aequalem habentium parallelogrammorum, reciproca sunt latera, quae circa aequales angulos. Et parallelogramma, quae vnum vni angulum aequalem habent, & quorum reciprocantur latera circa aequales angulos, aequalia sunt.

Sint parallelogramma A B, B *C* aequalia, habentia angulos ad B aequales, positeque sint *D* B,

D B, B E in directum, *a* erunt ergo & F B, B G in directum. *D*ico parallelogrammorum A B, B C latera, quæ circa æquales angulos, esse reciproca. Hoc est, esse vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. *a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.*



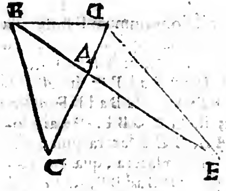
Perficiatur enim parallelogrammum F E. Et quia A B, B C parallelogramma æqualia sunt, aliud autem quoddam est, F E: *b* erit vt A B ad F E; ita B C ad idem F E. *c* sed vt A B ad F E; ita est D B ad B E; & vt B C ad F E; ita est G B ad B F. *d* Ergo est vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. Parallelogrammorum ergo A B, B C *e* latera sunt reciproca. *f* Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; sitque vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. *D*ico parallelogramma A B, B C æqualia esse. Cum enim sit vt *D* B ad B E; ita G B ad B F. *g* Et vt *D* B ad B E; ita A B ad F E; atque vt G B ad B F; ita *B* C ad F E: erit vt A *B* ad F E; ita *B* C ad idem F E; *h* æqualia ergo sunt parallelogramma A *B*, *B* C. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *prop. 7. 5.*
c *prop. 1. 6.*
d *prop. 11. 1.*
e *def. 6. 1.*
f *def. 2. 6.*
g *prop. 1. 6.*
h *prop. 9. 5.*

Pro-

Propositio 15. Theor. 10.

Aequalium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.



Sint triangula A B C, A D E æqualia, habeatq; vnum angulum B A C, vni D A E æqualem. Dico latera, quæ circa æquales sũt angulos, reciproca esse. Hoc est, esse, vt C A ad A D; ita E A ad A B. Ponantur enim C A, A D in directum; a erunt ergo & E A, A B in directum, & ducatur B D. Cum igitur triangula A B C, A D E æqualia sint, sitque aliud A B D; b erit vt C A B ad B A D; ita A D E ad idem B A D: c sed vt C A B ad B A D; ita est C A ad A D. Et vt E A D ad B A D; ita est E A ad A E: d Ergo vt C A ad A D; ita est E A ad A B. Triangulorum ergo A B C, A D E latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca sint iam latera triangulorum A B C, A D E. Et sit vt C A ad A D; ita E A ad A B. Dico trian-

a Colligitur ex 13. 14. & 15. 1.
b prop. 7. 5.
c prop. 1. 6.
d prop. 11. 5.

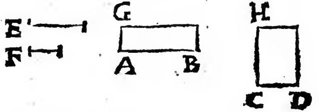
triangula A B C, A D E esse æqualia. Iuncta rursus B D, erit vt C A ad A D; ita E A ad A B, *e* sed vt C A ad A D; ita est triangulum A B C ad triangulum B A D; vt verò E A ad A B; ita triangulum E A D ad triangulum B A D. Vt ergo A B C ad B A D; ita est E A D ad idem B A D: vtrumque ergo A B C, E A D ad B A D eandem habet proportionem: *f* ęquale ergo est triangulum A B C, triangulo E A D. Æqualium ergo triangulorum, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 1. 6.

f prop. 9. 5.

Propositio 16. Theor. 11.

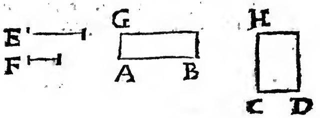
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod medijs continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum, æquale fuerit medijs contento rectangulo; quatuor illæ lineæ proportionales erunt.



Sint quatuor rectæ A B, C D, E, F proportionales, vt A B ad C D; ita E ad F. Dico rectangulum A B, & F contentum, ęquale esse contento C D, & E. *a* Ducantur à punctis A, C ad re-

a prop. 11. 1.

ctas A B, C D ad angulos rectos A G, C H; sitq; ipsi F equalis A G: & ipsi E, ipsa C H, compleanturque parallelogramma B G, D H. Et quia est, vt A B ad C D; ita E ad F, & est E ipsi C H; & F
b prop. 14. 6. ipsi A G æqualis, erit vt A B ad C D; ita C H ad A G: *b* parallelogrammorum ergo B G, D H latera, quæ circa æquales angulos sunt, reciprocan

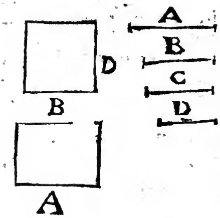


c prop. 14. 6. tur: *c* quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia sunt: parallelogramma ergo B G, D H æqualia sunt. Et est B G, quod A B, & F continetur, (est enim A G ipsi F æqualis) D H, quod C D & E cõtinetur (est enim C H ipsi E æqualis.) Quod ergo A B, & F continetur, æquale est ei, quod C D & E continetur rectangulo. Sit iam quod A B, & F continetur, æquale ei quod C D & E continetur. Dico quatuor rectas esse proportionales. Vt A B ad C D; ita E ad F. iisdem constructis, cum quod A B, F continetur, æquale sit ei quod C D, E continetur, sitque B G id quod A B, & F continetur (est enim A G ipsi F æqualis) D H vero, quod C D, & E continetur (est enim & C H ipsi E æqualis) erit B G ipsi D H æquale: &
d prop. 14. 6. sunt æquiangula. *d* Æqualium autem & æquiangulorum parallelogrammorum latera, quæ circa æquales angulos, reciproca sunt: Erit ergo vt

vt A B ad C D; ita E ad F. Si ergo quatuor rectę lineæ,&c. Quod oportuit demonstrare.

Propoſ. 17. Theor. 12.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint; erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit à media. Et ſi quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.

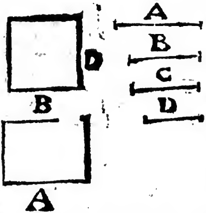


SInt tres rectæ A,B,C proportionales, vt A ad B; ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale eſſe ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipſi B. Et cum ſit vt A ad B; ita B ad C; ſit vero ipſi B æqualis D; erit vt A ad B; ita D ad C. a Cum autem quatuor rectæ proportionales ſunt, eſt quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod medijs continetur rectangulo. Quod ergo A & C continetur, æquale eſt ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale eſt ei quod ex B; eſt enim D ipſi B æqualis; Ergo quod A, C continetur, æquale eſt ei quod ex B quadrato. Sit iam quod

a prop. 16. 6.

N 2 A, C

A, C continetur, æquale ei, quod ex B. Dico esse, vt A ad B; ita B ad C. ijsdem enim constructis, cū quod A, C continetur æquale sit ei quod ex B; & quod ex B, æquale ei quod B, D continetur, quod B, D æquales sint; erit quod A, C continetur, æquale ei quod B, D continetur. b quādo autem quod extremis continetur, æquale est ei quod continetur medijs, sunt quatuor illæ lineæ proportionales. Est igitur vt A ad B; ita D ad C: æqualis autem est D ipsi B: ergo vt A ad B; ita est B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.



b prop. 16. 6.

Propos. 18. Probl. 6.

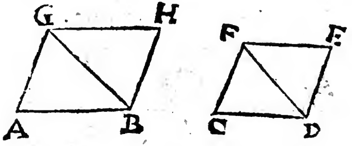
Super data recta linea dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere.

OPorteat super data A B dato rectilineo C E simile similiterque positum rectilineum describere. Ducatur D F, & a constituantur ad puncta A, B rectæ A B anguli G A B, A B G æquales angulis C, C D F; eritque reliquus C F D reliquo A G B æqualis: triangula igitur F C D, G A B sunt æquiangula. b Est ergo, vt F D ad G B; ita

a prop. 23. 1.

b prop. 4. 6.

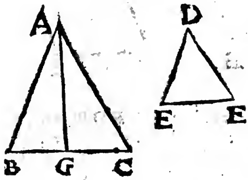
B; ita F C ad G A; & C D ad A B. *c* Constituan- c. *prop.*
tur rursus ad puncta B, G rectæ B G anguli B G 23. 1.



H, G B H æquales angulis D F E, F D E; eritque
reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo F
D E, G B H æquiangula sunt; *d* est igitur vt F D d *prop.*
ad G B; ita F E, G H; & E D ad H B. Ostensum 4. 6.
autem est, esse vt F D ad G B; ita F C ad G A, &
C D ad A B; *e* igitur vt F C ad A G; ita est C D e *prop.*
ad A B; & F E ad G H; itemque E D ad H B. Et 11. 5.
cum angulus C F D æqualis sit angulo A G B: &
D F E ipsi B G H: erit totus C F E toti A G H
æqualis. Eadem de causa erit angulus C D E
æqualis angulo A B H. Est verò & angulus C
angulo A; Et angulus E angulo H æqualis: æ-
quiangula ergo sunt A H; C E, habentque latera
circa æquales angulos proportionalia. *f* Est igi- f *def.*
tur A H rectilineum simile similiterque positum 6. 1.
rectilineo C E. Super data ergo recta linea, &c.
Quod oportuit facere.

Propoſ. 19. Theor. 13.

Similia triangula inter ſe ſunt in dupla proportione ſuorum laterum.



Sint ABC, DEF triãgula ſimilia, habentia angulos B, E æquales; ſitque vt A B ad B C; ita D E ad E F, vt latera B C, E F ſint homologa.

Dico triangulum A B C ad triangulum D E F duplam habere proportionem eius, quam habet
a *prop.* B C ad E F. *a* Sumatur enim ipſarum B C, E F
15. 6. tertia proportionalis B G; vt ſit quomodo B C ad E F; ita E F ad B G; ducaturque G A. Cum
b *def.* igitur ſit vt A B ad B C; ita D E ad E F; *b* erit permutando vt A B ad D E; ita B C ad E F, ſed vt
10. 5. B C ad E F; ita eſt E F ad B G: ergo vt A B ad D E; ita eſt E F ad B G: Triangulorum ergo A B G, D E F latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autem triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium latera circa æquales angulos reciprocantur, illa æqualia ſunt: *c*
c *prop.* triangula ergo D E F, A B G æqualia ſunt. Et
15. 6. quia eſt vt B C ad E F; ita E F ad B G; quando au
d *def.* tem tres lineæ proportionales ſunt, *d* prima ad
10. 5. tertiam duplam proportionem habere dicitur

eius,

eius, quam habet ad secundam. B C ergo habet ad B G duplam proportionem eius, quam habet ad E F. Vt verò B C ad B G; ita est triangulum A B C ad triangulum A B G: habet ergo triangulum A B C ad triangulum A B G duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Est autem triangulum A B G æquale triangulo D E F: habet ergo triangulum A B C ad triangulum D E F duplam proportionem eius, quam habet B C ad E F. Similia ergo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare. e prop. 1. 6.

Corollarium.

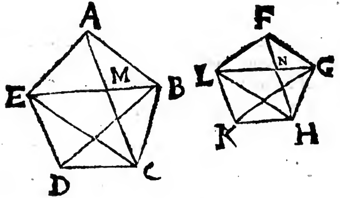
EX his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint; esse; vt primã ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile similiterq; descriptũ. Ostensum est enim, vt est C B ad B G: ita esse triangulum A B C ad triãgulum A B G, hoc est, ad triangulum D E F. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 20. Theor. 14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur; & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

SInt similia polygona A B C D E, F G H K L, & sit latus A B homologum ipsi F G. Di-

co polygona A B C D E, F G H K L in similia triangula diuidi, & numero æqualia, & homologa totis: & polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplicatam habere proportio-



nem eius, quam habet A B ad F G. Iungantur enim B E, E C, G L, L H; & quia polygonum A B C D E simile est polygono F G H K L; erit angulus B A E æqualis angulo G F L; & est, vt B A ad A E; ita G F ad F L. Cum itaque duo sint triãgula A B E, F G L, vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habentia, *a* erunt ipsa æquiangula, ideoq; & similia: æqualis est ergo angnlus A B E augulo F G L; est verò & totus A B C, toti F G H æqualis, propter similitudinem polygonorum; *b* reliquus ergo E B C, reliquo L G H æqualis erit. Et quia propter similitudinem triangulorum A B E, F G L, est, vt E B ad B A; ita L G ad G F. Sed & propter similitudinem polygonorum, est vt A B ad B C; ita F G ad G H: *c* ex æquali ergo est, vt E B ad B C; ita L G ad G H; latera ergo circa

a prop. 6. 6.
b ax. 3.
c prop. 22. 5.

circa æquales angulos E B C, L G H, sunt proportionalia; æquiangula *d* ergo sunt triangula E B C, L G H; quare & similia. Eadem de causa similia sunt triangula E C D, L H K: Similia ergo polygona A B C D E, F G H K L in similia triangula, & æqualia numero diuisa sunt. Dico & homologa esse totis, hoc est, proportionalia, & antecedentia quidem A B E, E B C, E C D; Consequentia verò ipsorum F G L, L G H, L H K; atque polygonum A B C D E ad polygonum F G H K L duplam habere proportionem eius, quam habet latus homologum A B ad latus homologum F G. Iungantur enim A C, F H. Et quia propter similitudinem polygonorum, sunt anguli A B C, F G H æquales; estque vt A B ad B C, ita F G ad G H; *e* æquiangula ergo sunt triangula A B C, F G H: æquales igitur sunt tam anguli B A C, G F H, quam B C A, G H F. Et quia anguli B A M, G F N æquales sunt, ostensique sunt & A B M, F G N æquales; erunt & reliqui A M B, F N G æquales; sunt ergo triangula A B M, F G N æquian gula. Similiter ostendemus, & triangula B M C, G N H esse æquiangula. Est ergo vt A M ad M B; ita F N ad N G. Et vt B M ad M C; ita G N ad N H; ex *f* æquali ergo est vt A M ad M C; ita F N ad N H: *g* sed vt A M ad M C; ita est triangnlum A B M ad triangulum M B C; & A M E ad E M C; sunt enim ad se inuicem vt bases; & *h* vt vnum antecedentium, ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia. Vt ergo triangulum A M B ad B M C; ita triangulū A B E ad C B E: *i* sed vt A M B ad B M C; ita est A M ad M C; Vt ergo A M ad M C; ita triangulum A B E ad E B C.

d *prop.* 6. 6.

e *prop.* 6. 6.

f *prop.* 22. 5.

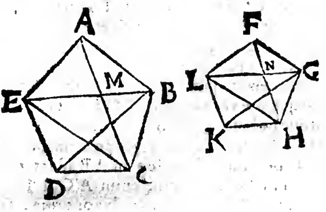
g *prop.* 1. 6.

h *prop.* 12. 5.

i *prop.* 1. 6.

Eadem

Eadem de causa, est vt F N ad N H; ita triangulum F G L ad G L H. Et est vt A M ad M C; ita



F N ad N H; Vt ergo triangulum A B E ad B E C; ita triangulum F G L ad G H L; *k* & permutando, vt A B E ad F G L; ita E B C ad G L H. Similiter demonstrabimus ductis B D, G K. Esse vt triangulum B E C ad L G H; ita E C D ad L H K: & quia est, vt A B E ad F G L; ita E B C ad L G H; & E C D ad L H K: *l* erit vt vnum antecedentium ad vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia: est ergo vt A B E ad F G L; ita A B C D E ad F G H K L: sed *l* A B E ad F G L duplam proportionem habet eius, quam A B latus homologum ad F G latus homologum. *m* Similia enim triangula in dupla proportione sunt laterum homologorum: habet ergo & A B C D E polygonum ad F G H K L polygonum duplam proportionem eius, quam habet A B ad F G. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonstrare. Eodem modo in similibus quadrilateris ostendetur in dupl.

k prop. 16. 5.

l prop. 12. 5.

l prop. 19. 6.

m prop. 19. 6.

dupla illa esse proportione laterum homologorum. *a* Ostensum est autem & in triangulis. *a prop* *19. 6.*

Corollarium I.

VNiuersè ergo similes rectilineæ figuræ ad se inuicem sunt in dupla proportione laterum homologorum; & si ipsarum A B, F G tertiam proportionalem sumamus X, *b* habebit A B ad X duplam proportionem eius, quam habet ad F G. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad quadrilaterum duplam proportionem eius, quam habet homologum latus ad homologum, hoc est: A B ad F G. *c* Ostensum est autem hoc in triangulis.

b *def.* *10. 5.*

c *cor.* *prop.* *19. 6.*

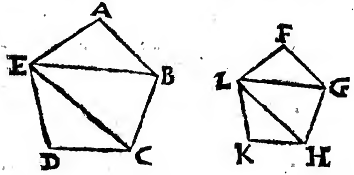
Corollarium II.

VNiuersè ergo manifestum est; si tres fuerint rectæ, esse vt prima est ad tertiam, ita figuram à prima descriptam, ad figuram à secunda similiter descriptam. Quod oportuit demonstrare. *Corol.* *prop* *19. 6.*

Ostendemus etiam aliter, & expeditius triangula esse homologa. Exponantur rursus polygona A B C D E, F G H K L, ducanturque B E, E C, G L, L H. Dico esse vt triangulum A B E ad triangulum F G L; ita E B C ad L G H; & C D E ad H K L. Cum enim triangula A B E, F G L similia sint, *a* habebit A B E ad F G L duplam proportionem eius, quã habet latus B E ad G L. *a prop* *9. 6.*

Eadem

Eadem de causa habebit triangulum B E C ad G L H duplam proportionem eius, quam habet B



E ad G L. Est ergo vt A B E ad F G L; ita E B C ad G L H. Rursus cum triangula E B C, L G H similia sint; habebit E B C ad L G H duplam proportionem eius, quam habet C E recta ad H L. Eadem de causa habet triangulum E C D ad L H K duplam proportionem eius, quam habet C E ad H L. Est ergo vt B E C ad L G H; ita C E D ad L H K. Ostensum autem est, esse, vt E B C ad L G H; ita A B E ad F G L; ergo vt A B E ad F G L; ita est B E C ad G L H; & E C

b *prop.* D ad L H K, *b* vt ergo vnum antecedentium ad

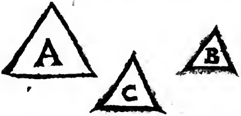
12. 5. vnum consequentium; ita omnia antecedentia ad omnia consequentia; & reliqua vt in priori demonstratione. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 21. Theor. 15.

Quæ eidem rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.

Sit vtrumque rectilineorum A, B ipsi C simile. Dico & A ipsi B simile esse. Cum enim A ipsi

A ipſi C ſit ſimile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rurſus cum B ſimile ſit ipſi C, æquiangulum illi erit, habebitque circa æquales angulos latera proportionalia: Vtrumq; ergo ipſorum A, B æquiangulum eſt ipſi C, & habet circa æquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A, B æquiangula, habebuntq; circa æquales angulos, latera proportionalia: ſimilia ergo ſunt. Quod oportuit demonſtrare.



Propoſ. 22. Theor. 16.

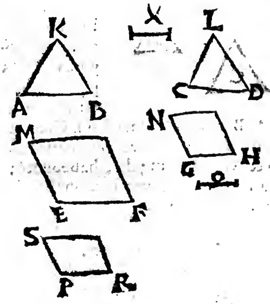
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt, & rectilinea ab ipſis ſimilia ſimiliterque deſcripta proportionalia: Et ſi rectilinea ſimilia ſimiliterque ab ipſis deſcripta proportionalia fuerint; erunt & ipſæ proportionales.

SInt quatuor rectæ A B, C D, E F, G H proportionales. Vt A B ad C D; ita E F ad G H, *a* deſcribanturque ſuper A B, C D ſimilia, ſimiliterque poſita rectilinea K A B, L C D. ſuper E F, G H ſimilia ſimiliterque poſita M F, N H. Dico eſſe, vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. *b* ſumatur enim ipſarum A B, C D tertia proportionalis X; ipſarum vero E F, G H tertia proportio-

a *prop.* 18. 5.

b *prop.* 11. 6.

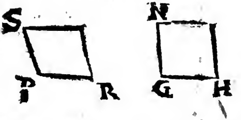
portionalis O. Et cum sit vt A B ad C D; ita E
c prop. F ad G H & vt C D ad X; ita G H ad O: *c* erit
22. 5. ex æquali; vt A B ad X; ita E F ad O: *d* sed vt A
d prop. B ad X, ita
19. 6. est K A B ad L C D; & vt E F ad
e cor. prop. 26. 6. O; ita *e* M F ad N H: ergo vt A B K ad C D L, ita est M F ad N H. Sed sit vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Dico esse, vt A B ad C D; ita F E ad G H. Fiat



f prop. *f* enim vt A B ad C D, ita E F ad P R, *g* descri-
12. 6. baturque super P R rectilineum S R simile simi-
g prop. literque positum ipsis M F; N H. Cum ergo sit,
18. 6. vt A B ad C D; ita E F ad P R, descriptaque sint super A B, C D rectilinea K A B, L C D similia similiterque posita; super E F, P R verò similia similiterque posita M F, S R; erit vt K A B ad L C D; ita M F ad S R: ponitur autem vt K A B ad L C D; ita M F ad N H. Habet ergo M F ad N H, & ad S R eandem proportionem; *h* æqualia
h prop. ergo sunt N H, S R; sed sunt similia similiterque
9. 5. posita; æquales ergo sunt G H, P R. Et quia est, vt A B ad C D, ita E F ad P R; sunt P R, G H æquales;

quales; erit vt A B ad C D: ita E F ad G H. Si ergo quatuor, rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

Lemma.



QVod autē quādo rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint N H, S R æqualia, & similia; sitque vt H G ad G N; ita R P ad P S. Dico R P, G H æquales esse. Si non: erit vna maior. Sit maior R P; cum ergo sit vt R P ad P S; ita H G ad G N; *a* erit *a prop. 16. 5.* permutando, vt R P ad G H; ita P S ad G N: maior est autem P R quam G H: maior ergo etiam erit P S quam G N. Quare & R S maius erit, quam H N: sed est illi æquale; quod fieri non potest: Non est ergo P R maior quam G H. Quod oportuit demonstrare.

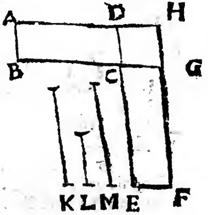
Propos. 23. Theor. 17.

Aequiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus compositam.

SInt æquiangula parallelogramma A C, C F. æquales angulos B C D, E C G habentia. Dico illa proportionem habere, ex proportione laterum compositam ex illa nimirum quam habet

a prop. 14. 1. bet B C ad C G; & quam habet D C ad C E. Ponatur B C ipsi C G in directum; *a* erit ergo & D C ipsi C E in directum, & compleatur parallelogrammum D G. Exponatur quædam recta K, *b* fiatque vt B C ad C G; ita K ad L; & vt D C ad C E; ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M, eædem sunt quæ laterum, B C ad C G &

b prop. 12. 6.

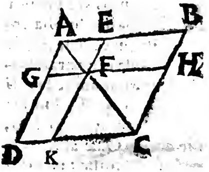


c def. 5. 6. D C ad C E. *c* Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compositam. Et cum sit vt B C ad C G;
d prop. 1. 6. *d* ita A C parallelogrammum ad C H: & vt B C ad C G; ita K ad L; *e* erit vt K ad L, ita A C ad
e prop. 11. 5. C H. Rursus *f* cum sit vt D C ad C E; ita paral-
f prop. 1. 6. lelogrammum C H ad C F; & vt D C ad C E; ita L ad M, *g* erit vt L ad M, ita C H ad C F. Cum igitur ostensum sit, vt K ad L; ita esse A C ad C
g prop. 11. 5. H; vt verò L ad M; ita C H ad C F; *h* erit ex æquali, vt K ad M, ita A C, ad C F. At K ad M
h prop. 22. 5. proportionem habet compositam ex lateribus: ergo & A C ad C F, proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogrammum, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 24. Theor. 18.

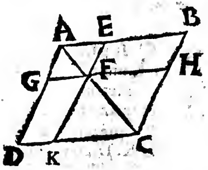
Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogramma, similia sunt toti, & inter se.



Sit parallelogrã mum A B C D, diametrus A C, circa quam sint parallelogramma E G, H K. Dico vtrumq; E G, H K toti A B C D, & inter se similia esse. Cũ enim ad latus B C trianguli A B C ducta sit parallela E F, *a* erit vt B E ad E A; ita C F ad F A. Rursus cum ad latus C D trianguli A C D ducta sit parallela F G, erit vt C F ad F A; ita D G ad G A. Sed vt C F ad F A; ita ostensa est B E ad E A: *b* ergo vt B E ad E A; ita est D G ad G A: *c* componendo ergo vt B A ad A E; ita D A ad A G: & per *d* mutando, vt B A ad A D; ita A E ad A G: parallelogrammorum ergo A B C D, E G latera circa communem angulum B A D sunt proportionalia. Cumque G F, D C parallelæ sint, *e* erunt anguli A G F, A D C; item G F A, D C A æquales; communis D A C: triangula ergo A D C, A G F æquiangula sunt. Eadem de causa erũt & A B C, A F E æquiangula: tota ergo parallelogramma A B C D, E G sunt æquiangula; *f* est igitur vt A D ad D C; ita A G ad G F; & vt D C ad C A; ita G F ad F A. Vt verò A C ad C B; ita

a prop. 2. 6.
b prop. 11. 5.
c prop. 18. 5.
d prop. 16. 5.
e prop. 29. 1.
f prop. 4. 6.

AF ad FE; & vt CB ad BA; ita FE ad EA. Et quia demonstratum est, esse vt DC ad CA; ita GF ad FA. Vt verò AC ad CB; ita AF ad FE; erit ex æquali vt DC ad CB; ita GF ad FE. Parallelogrammorum ergo ABCD, EG latera circa æquales angulos sũt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum KH toti ABCD simile: vtrumq; ergo EG,



g prop. 21. 6. KH toti ABCD simile est. g Quæ autem eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo EG ipsi KH simile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. 25. Probl. 7.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.

Sit dato rectilineo ABC simile constituendum, æquale verò ipsi D. *a* Applicetur ad latus BC triangulo ABC æquale parallelogrammum BE; ad CE verò æquale ipsi D, nimirum CM in angulo FCE, æquali angulo CBL; *b* indirectum ergo erit BC ipsi CF, & LE ipsi EM. *c* Accipiatur ipsarum BC, CF media proportionalis GH; & super ipsa ipsi ABC rectilineo *d* simile describatur, & similiter positum KGH. Cum ergo sit vt BC ad GH, ita GH ad CF

a prop. 44. 1.

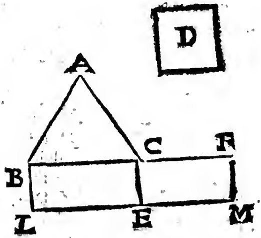
b prop. 14. 1.

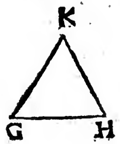
c prop. 13. 6.

d prop. 18. 6.

(quan-

(quando enim fuerint tres *e* rectæ proportiona- *e col.*
les, eſt vt prima ad tertiam; ita figura ſuper prima *2 prop.*
deſcripta ad figuram ſuper ſecunda ſimilem, ſimi *20. 6.*

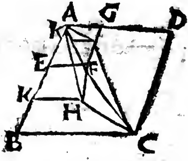




literq; deſcriptam) Eſt er
go vt B C ad C F; ita triã
gulum A B C ad triangu-
lum K G H. *f* Sed vt B C *f prop.*
ad C F, ita eſt B E ad E F. *1. 6.*
vt ergo *g* triangulum A B *g prop.*
C ad triangulum K G H; *11. 5.*
ita eſt B E parallelogram *h prop.*
mum ad E F parallelo- *16. 5.*
grammum: & *h* permutando, vt A B C ad B E; ita
eſt K G H ad E F. Æquale autem eſt triangu-
lum A B C parallelogrammo B E: ergo & trian-
gulum K G H æquale eſt parallelogrammo E F.
Sed E F æquale eſt ipſi D: ergo & K G H ipſi D
eſt æquale. Eſt verò & K G H ipſi A B C ſimile.
Dato ergo rectilineo, &c. Quod oportuit facere.

Propos. 26. Theor. 19.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti similiterque positum, communem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.



A Paralellogrã mo A B C D auferatur parallelogrammum A F simile toti A B C D, & similiter positum, communem angulum D A B cum ipso habens. Dico A B C D circa eandem diametrum esse ipsi A F. Si non. Sit ipsorum diametrus A H C. & ducatur per H vtrique A D, B C parallela H K. Cum ergo A B C D circa eandem diametrum sit ipsi

a prop. 14.6. K G; *a* erit A B C D ipsi K G simile. Est ergo vt D A ad A B; ita G A ad A *K*: est autem propter similitudinem ipsorum A B C D, E G, vt D A ad

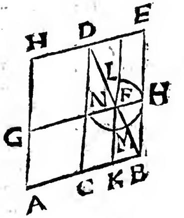
b prop. 11.5. A B; ita G A ad A E. ergo vt *b* G A ad A E, ita G A ad A K; habet ergo G A ad vtramque A *K*, A

c prop. 9.5. E *c* eandem proportionem, æqualis ergo est A E ipsi A K, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo A B C D circa eandem diametrum est ipsi A H. Circa eandem ergo diametrum est ipsi A F. Si ergo à parallelogrammo, &c. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 27. Theor. 20.

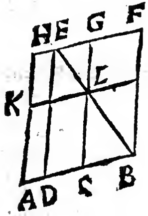
Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, & similiter positis ei quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.



Recta A B *a* bisecetur in C, & applicetur ad A B rectã * parallelogrammum A D deficiens figura parallelogramma D B, simili, & similiter posita ei, quæ à dimidia ipsius A B descripta est. Dico omniũ parallelogrãmorum ad A B applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiterque positis ipsi D B, maximum esse A D. *b* Applicetur enim ad rectam A B parallelogrammum A F, deficiẽs parallelogrammo F B simili similiterque posito ipsi D B. Dico A D maius esse ipso A F. Cum enim D B simile sit ipsi F B, *c* erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus D B, & describatur figura. *d* Cum ergo ipsi C F æquale sit F E, si commune apponatur F B, *e* erit totum

a *prop.* 10. 1.
* *qualecũq;*
b *prop.* 44. 1.
c *prop.* 26. 6.
d *prop.* 43. 1.
e *ax.* 2.

C H toti K E æquale. Sed ipsi C H æquale est C G cum A C, C B æquales sint; ergo & G C ipsi E K æquale est. Commune C F apponatur; & erit totum A F gnomoni L M N æquale. Quare D B, hoc est A D, quam A F maius est. Omnium ergo parallelogrammorum, &c. Quod oportuit demonstrare.



Aliter. Sit A B rursus in C bisecta, & applicatum A L, deficiēs figura L B. Applicetur ad A B parallelogrammū A E deficiens figura E B, simili & similiter posita ipsi L B à dimidia A B descriptæ. Dico parallelogrammum A L ad dimidiam applicatū maius esse ipso A E. Cum

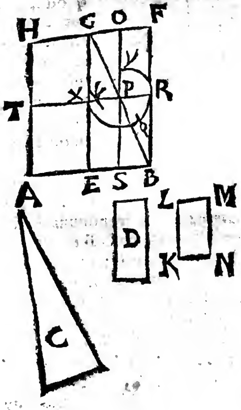
a *prop.* 20. 6. enim E B ipsi L B simile sit *a* erunt circa eandem diametrum, quæ sit E B, perficiaturq; figura. Quia ergo L F ipsi L H æquale est, quod & F G ipsi G H sit æqualis; F L, quam E K maius erit: *b* æquale est autem L

b *prop.* 43. 1. F ipsi D L: maius ergo est D L quam E K; commune addatur K D; totum ergo A L toto A E maius est. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 28. Probl. 8.

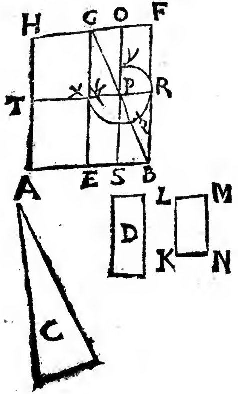
Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ sit similis alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur, similibus existentibus defectibus; & eo quòd à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



Sit recta data A B; rectilineũ datum, cui oporteat æquale applicare, sit C, nõ maiꝰ existẽs eo quod ad dimidiã applicatum est, similibus existentibus defectibus. Cui autem oportet simile deficere, sit D. Oportet ergo ad

A B rectilineo C æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma simili

a prop. 10. I. b prop. 18. 6.



ipsi D. a Bisecetur A B in E & b describatur super E B ipsi D simile, similiterq; positum E B F G compleaturque A G parallelogrammum: quod ipsi C aut æquale est, aut maius ob determinationẽ. Si æquale, factum est quod iubebatur; applicatum enim est ad A B rectilineo C æquale parallelogrammum A G deficiens figura parallelogramma G B simili ipsi D. Si verò H E maius est quam C; erit & G B maius, cum G B ipsi H E sit æquale. Excessui autem, quo G B excedit C, c fiat æquale K L M N, simile similiterque positum ipsi D. Et cum D simile sit ipsi G B, erit & K M ipsi G B simile. sit linea K L ipsi G E; & L M ipsi G F homologa; quia ergo G B æquale est ipsis C, & K M; erit G

c prop. 25. 6.

B; quam

B; quam K M maius; erit ergo & G E linea maior quam K L; & G F, quam L M. *d* Fiat ipsi K L æqualis G X; ipsi L M ipsa G O, compleaturque parallelogrammum X G O P, quod erit æquale; & simile ipsi K M, sed K M ipsi G B simile est; *e* erit ergo & G P ipsi G B simile: *f* sunt ergo G P, G B circa eandem diametrum, quæ sit G P B. & describatur figura. Cum itaque G B æquale sit ipsis C; K M, & G P ipsi K M; erit reliquus Y gnomon ipsi C æqualis, *g* cumq; O R ipsi X S sit æquale, si commune P B addatur; erit *h* totum O B toti X B æquale. sed X B ipsi T E est *i* æquale, quod A E, E B sint æquales: est ergo & T E ipsi O B æquale, si commune X S addatur, erit totum T S gnomoni Y æquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est æqualis: *k* est ergo T S ipsi C æquale. Ad datam ergo A B dato rectilineo C æquale parallelogrammum T S applicatum est deficiens figura P B simili ipsi D, cum P B ipsi G P simile sit. Quod oportuit facere.

d *prop.* 3. 1.
e *prop.* 21. 6.
f *prop.* 26. 6.
g *prop.* 43. 1.
h *ax.* 2.
i *prop.* 36. 1.
k *ax.* 1.

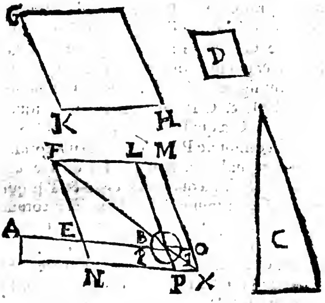
Propos. 29. Probl. 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, simili alteri datæ.

SIt data recta A B; & rectilineum C, cui oporteat ad A B æquale applicare, cui autem simile esse debeat excedens sit D. *a* Bisecetur A B in E, *b* describaturque super E B parallelogrammum simile, similiterq; positum ipsi D; Æquale verò vtriq; B F, & C & simile ipsi D *c* fiat G H, quod

a *prop.* 10. 1.
b *prop.* 18. 6.

c prop. 25. 6. quod ipsi F B simile erit. Sit autem latus K H homologum lateri F L; K G ipsi F E. Et cum



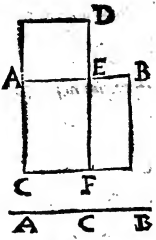
G H maius sit quã F B, erit & K H maior, quam F L; & K G quam F E; producantur F L, F E, vt ipsis K H, K G æquales fiant, in M & N, compleaturque M N, quod ipsi G H æquale, & simile est: sed ipsi G H simile est E L; *d* est ergo & M N ipsi E L simile; *e* sunt ergo circa eandem diametrũ, quæ ducatur, & sit F X, compleaturque figura. Quia ergo G H tam ipsis E L, & C, quam ipsi M N ęquale est; *f* erit & M N ipsis E L & C ęquale. Commune E L tollatur; & erit gnomon Y ipsi C æqualis. Cumque E A ipsi E B sit æqualis, *g* erit & A N ipsi N B æquale. hoc est, *h* ipsi L O, commune addatur E X, eritque totum A X, toti gnomoni Y æquale: sed gnomon ipsi C æqualis est: erit ergo & A X ipsi C æquale. Ad datam ergo A B,

d prop. 21. 6.
e prop. 26. 6.
f ax. 1.
g prop. 36. 1.
h prop. 43. 1.

AB, dato rectilineo C æquale parallelogrammum AX applicatum est, excedens figura parallelogramma PO simili ipsi D, *i* cum & EL ipsi OP simile sit. Quod oportuit facere. *i prop. 24. 6.*

Propos. 30. Probl. 10.

Datam rectam lineam terminatam extrema ac media ratione secare.



OPorteat datam terminatam AB extrema ac media ratione secare. *a* Describatur super AB quadratum BC, *b* applicetur q; ad AC parallelogrammum CD, æquale quadrato BC, excedens figura AD simili BC quadrato, quæ quadratum erit. Et quia BC ipsi CD æquale est, si commune CE auferatur; erit reliquum BF reliquo AD æquale, sunt vero, & æquiangula; *c* latera ergo ipsorum BF, AD reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo vt FE ad ED; ita AE ad EB: & est FE ipsi AC, hoc est, ipsi AB æqualis: & ED ipsi AE; quare est vt BA ad AE; ita AE ad EB: *d* maior est autem AB quam AE: maior ergo, & AE quam EB: est igitur recta AB extrema ac media ratione secta in E; & maior portio est AE. Quod oportuit facere.

a prop. 46. 1. *b prop. 29. 6.* *c prop. 14. 6.* *d prop. 14. 5.*

Aliter.

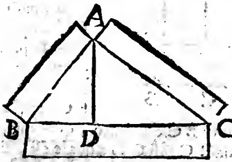
Aliter. Oporteat rectam A B extrema ac media ratione secare: *e* secetur A B in C; vt quod A B, B C continetur, æquale sit ei quod ex A C quadrato. Cum ergo quod A B, B C continetur æquale sit ei quod ex A C fit quadrato: *f* erit vt A B ad A C; ita A C ad C B. Est ergo A B extrema ac media ratione secta. Quod oportuit facere.

e prop. 11. 2.

f prop. 17. 6.

Propositio 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quæ fit à latere rectum subtendente æqualis est figuris quæ fiunt à lateribus rectum continentibus, similibus; similiterque descriptis.



Sit triangulum rectangulum A B C rectum habens angulum B A C. Dico, id quod fit ex B C æquale esse illis, quæ fiunt ex B A, A C similibus similiterque descriptis. Ducatur perpendicularis A D, *a* eruntque triangula A B D, A D C à perpendiculari facta, & toti A B C, & inter se similia. Cumque A B C, A B D similia sint, erit vt C B ad B A, ita A B ad B D; *b* quando autem tres

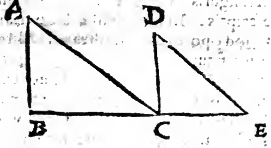
a prop 8 6.

tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiã; b *cor. 2.*
ita quæ à prima describitur figura ad figuram si- *prop.*
milem à secunda descriptam. Vt ergo C B ad *20. 6.*
B D; ita est figura ex C B ad figuram ex B A, similem similiterque descriptam. Eadem de causa, erit vt B C ad C D; ita figura ex B C ad figuram ex C A. Ergo vt B C ad B D, D C; ita figura ex B C descripta, ad figuras ex B A, A C descriptas similes, similiterque positas: æqualis est autem B C ipsis B D, D C; ergo & figura ex B C æqualis erit figuris ex B A, A C similibus similiterque descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit demonstrare. Aliter. *c* *c prop.*
Cum similes figuræ in dupla proportione sint *20. 6.*
homologorum laterum, habebit figura ex B C ad figuram ex B A duplam proportionem eius, quam habet latus B C ad B A. Habet verò & quod ex B C quadratum, ad quadratum ex B A duplam proportionem eius, quam habet B C ad
B A. *d* Vt ergo est figura ex B C ad figuram ex *d prop.*
B A; ita est quadratum ex B C ad quadratum ex *11. 5.*
A B. Eadem de causa est, vt figura ex B C ad figuram ex C A; ita quadratum ex B C ad quadratum ex C A. Est ergo vt figura ex B C ad figuras ex B A, A C; ita quadratum ex B C ad quadrata ex B A, A C. Sed *e* quadratum *e prop.*
ex B C est æquale quadratis ex *47. 1.*
B A, A C: Est ergo & figura ex B C æqualis figuris ex B A, A C, similibus similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.

Pro-

Propos. 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulum componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.



Sint triangula A B C, D C E habentia duo latera B A, A C, duobus D C, D E proportionalia: Vt A B ad A C; ita D C ad D E, sintq; tam A B, D C, quam A C, D E parallela; Dico C E ipsi B C in directum esse. Cum enim in A
a prop. 29. 1. B, D C parallelas recta A C incidat, *a* erunt anguli alterni B A C, A C D æquales. Eadem de causa & C D E, A C D æquales erunt: vnde & B A C, C D E æquales sunt. Cum igitur duo triangula A B C, D C E vnum angulum qui est ad A, vni qui est ad D æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt *b* B A
b prop. 6. 6. ad A C, ita C D ad D E, æquiangula erunt: anguli igitur A B C, D C E æquales sunt. Ostensi autem sunt & A C D, B A C æquales. totus ergo

A C E

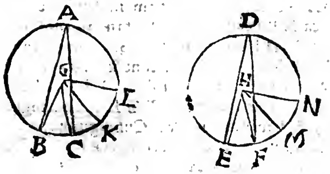
A C E duobus A B C, B A C est ęqualis: communis A C B addatur, & erunt A C E, A C B æquales his, B A C, A C B, C B A: *c* sed hi tres duobus rectis sunt æquales: ergo & A C E, A C B duobus rectis æquales erunt. Ad punctum ergo C rectæ A C duæ rectæ B C, C E non ad easdem partes positæ, angulos deinceps A C E, A C B duobus rectis æquales faciunt; in *d* directum ergo est B C, ipsi C E. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c prop. 32. 1.

d prop. 14. 1.

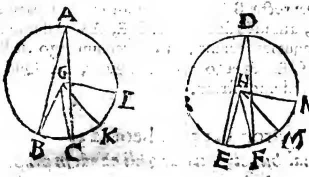
Propos. 33. Theor. 23.

In æqualibus circulis anguli eandem proportionem habent, quam peripheriæ, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quin & sectores, quippe ad centra constituti.



IN ęqualibus circulis A B C, D E F ad centra G, H constituti sint anguli B G C, E H F ad peripherias B A C, E D F. Dico esse, vt B C peripheria ad E F peripheriã; ita angulum B G C; ad

ad angulum E H F; & B A C ad E D F; & insuper B G C sectorem ad E H F sectorem. Ponantur peripheriæ B C æquales quotcunque deinceps C K, K L: peripheriæ E F quotcunq; æquales F M,



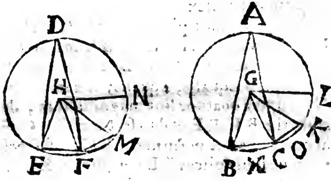
M N, ducanturque G K, G L; H M, H N. Cum ergo peripheriæ C B, C K, K L æquales sint, a erunt & anguli B G C, C G K, K G L æquales, quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ B C, tam multiplex est angulus B G L anguli B G C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria N E peripheriæ E F, tam multiplex est angulus N H E anguli E H F. Si igitur peripheriæ B L, E N æquales sunt, erunt & anguli B G L, E H N æquales: Et si peripheria B L quam E N maior est, erit & angulus B G L maior angulo E H N; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo anguli B G C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C & anguli B G C æque multiplices peripheria B L, & angulus B G L. Peripheriæ verò E F & anguli E H F peripheria E N, & angulus E H N, demonstratumque sit si peripheria B L maior sit peripheria E N, & angulum B G L

a prop. 27. 3.

angu.

angulo E H N maiorem esse; & si æqualis æqualem; si minor, minorem: *b* Est ergo vt B C peripheria ad peripheriam E F; ita angulus B G C ad angulum E H F. Sed vt B G C ad E H F; *c* ita est B A C angulus ad E D F angulum, vterque enim vtriusque duplus est: ergo vt B C ad E F; ita est B G C ad E H F; & B A C ad E D F. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

b def. 5. 5.
c prop. 15. 5.



Dico præterea, vt est B C peripheria ad E F peripheriam; ita esse G B C sectorem ad H F E sectorem. Ducantur B C, C K; accipianturque periferiarum B C, C K puncta X, O, & ducantur B X, X C, C O, O K. Cum ergo duæ B G, G C, duabus C G, G K æquale sint, angulosque æquales contineant: *d* erunt & bases B C, C K æquales igitur & triangula B G C, G C K æqualia erunt; cumque peripheriæ B C, C K sint æquales, erit & reliqua B A C peripheria reliquæ C A K æqualis; *e* ergo & angulus B X C angulo C O K æquali s erit, *f* portiones ergo B X C, C O K similes sunt, & sunt super æqualibus rectis B C, C K: *g* circulorum autem portiones super æquali-

d prop. 4. 1.
e prop. 27. 3.
f def. 11. 3.
g prop. 24. 3.

qualibus rectis constitutæ, æquales sunt: portiones igitur B X C, C O K æquales sunt. Sunt verò & triangula B G C, G C K æqualia; totus ergo sector B G C toti G K C est æqualis. Eadem de causa, erunt sectores G K L, G K C æquales: tres igitur sectores B G C, C G K, G L K æquales sunt. eandem de causa, erunt & tres H E F, H F M, H M N æquales. quam multiplex ergo est peripheria B L peripheriæ C B, tam multiplex est sector G B L sectoris G B C. Eadem de causa quam multiplex est peripheria E N peripheriæ E F, tam multiplex est sector H E N sectoris H E F. Si ergo peripheria B L maior est peripheria E N, erit & sector B G L maior sectore E H N; Et si æqualis, æqualis; & si minor, minor. Cum igitur quatuor sint magnitudines, duæ peripheriæ B C, E F, & duo sectores G B C, E H F; acceptæque sint peripheriæ B C, & sectoris G B C. æque multiplices B L peripheria, & G B L sector. Peripheriæ verò E F, & sectoris H E F, peripheria E N, & sector H E N; demonstratumq; sit si B L maior sit quam E N; & sectorem B G L g def. 5. 5. maiorem esse sectore E H N; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. g erit vt peripheria B C ad E F peripheriam; ita G B C sector ad H E F sectorem. Manifestum ergo est, esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

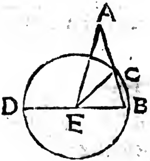
***

Ex

Ex libro 13. Euclidis.

Propositio 9.

Si latera hexagoni & decagoni eidem circulo inscripta componantur, erit tota composita proportionaliter secta.



SInt in circulo D CB, latera B C decagoni, A C hexagoni in directum posita. Dico totam A B in C proportionaliter esse sectam, maioremque portionem esse A C. Sumpto enim centro E. iungantur rectæ E B, E C, E A, producaturque E B in D.
Quia igitur B C latus est decagoni æquilateri, erit peripheria B C D quintupla peripheriæ C
B: igitur C D quadrupla erit eiusdem C B. Vt *a* a *prop.*
verò periphefia C D ad peripheriam C B; ita est 33. 6.
angulus C E D ad angulum C E B. Quadruplus
est ergo angulus C E D anguli B E C. Et quia *b* b *prop.*
angulus E B C æqualis est angulo B C E, erit *c* 5. 1.
angulus D E C duplus anguli E C B, cumque E C c *prop.*
rectæ C A sit æqualis (vtraque enim est æqualis 30. 3.
lateri hexagoni circulo B C D inscripti) *d* erit d *prop.*
& angulus C E A angulo E A C æqualis: *e* duplus 5. 1.
ergo est angulus B C E anguli C A E: sed anguli e *prop.*
B C E duplus ostensus est angulus C E D: qua- 32. 1.

druplus igitur eſt angulus C E D anguli C A E. oſtenſus eſt autem & angulus C E D quadruplus anguli C E B: æquales ergo ſunt anguli C A E, B E C. Triangulorum autem A B E, E C B angulus E B C eſt communis; *f* erit ergo & reliquus A E B.reliquo E C B æqualis. Quare triangula A B E, C B E ſunt æquiangula: *g* eſt ergo vt A B ad E B:ita E B ad C B. Eſt verò B E ipſi A C æqualis:igitur eſt vt A B ad A C; ita A C ad C B: Maior autem eſt A B, quam A C: *h* igitur & A C quam C B. Quo circa A B in C ſecta eſt proportionaliter,& portio maior eſt A C.Quod demonſtrare oportuit.

f prop. 32. 1.
g prop. 4. 6.
h prop. 14. 5.

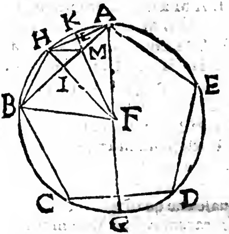
Propoſitio 10.

Si circulo pentagonum æquilaterum inſcribatur,latus pentagoni poterit,& latus hexagoni,& latus decagoni,eidem circulo inſcriptorum.

Esto circulus A B C D E, cui pentagonem æquilaterum A B C D E inſcribatur. Dico latus pentagoni poſſe & hexagoni, & decagoni latus eidem circulo inſcriptorum. Accepto enim centro F ducantur A F G, F B, & ex F ad A B perpendicularis F I,quæ producatur in H, iunganturque A H,H B, rurſuſque ab F ad A H agatur perpendicularis F L, quæ in K producatur, iungaturque H M. Et quia peripheria A B C G æqualis eſt peripheriæ A E D G, *a* quarum A B C æqualis eſt A E D: eſt igitur & reliqua C G, reliquæ D G æqualis. Eſt autem C D penta-

a prop. 28. 3.

pentagoni; C G ergo Decagoni erit. Et quia A F, F B *b* æquales sunt, & perpendiculari F I, *c* erit angulus A F H angulo H F B æqualis, *d* ideoq; b *def.* 15. 1. c *prop.* 3. 3. d *prop.* 26. 3.



& peripheria A H peripheriæ H B. quare peripheria A B dupla erit peripheriæ H B: igitur A H latus est decagoni. Eadem ratione A H peripheria ipsius A K dupla est. Quia ergo peripheria A B peripheriæ H B dupla est; peripheria verò C D peripheriæ A B æqualis; erit & C D peripheria dupla peripheriæ H B. Est verò & C D peripheria dupla peripheriæ C G: peripheriæ ergo C G, B H æquales sunt: sed B H ipsius H K dupla est, quod & A H. Igitur & C G ipsius H K est dupla. Est autem peripheria C B peripheriæ A B æqualis: ergo tota B G peripheria, peripheriæ B K dupla est: *e* vnde & angulus G F B, anguli B F K duplus erit. Est *f* verò & angulus G F B duplus anguli F A B, & *g* sunt F A B, A B F æquales: est *h* igitur & B F M angulus, angulo F A B æqualis. Triangulorum autem A F B, B F M communis est angulus A B F: erit igitur & reliquus A F B reliquo B M F æqualis. Quare triangula A B F, B F M sunt æquiangula, *i* Ergo est vt A B ad B F; ita F B ad B M: *k* rectangulum ergo

e *prop.* 27. 3. f *prop* 20. 3. g *prop.* 5. 1. h *ax.* 7. 1. i *pr.* 4

k prop. 17. 6. ergo rectis A B, B M contentum æquale est qua-
drato ipsius F B. Rursus *l* quoniam A L, L H æ-
l prop. 3. 3. quales sunt; communis, & ad angulos rectos L
M; *m* erunt & bases H M, M A æquales. *n* Vnde
m prop. 4. 1. & anguli L H M, L A M æquales erunt: sed *o* an-
gulus L A M, angulo H B M est æqualis: erunt
n prop. 5. 1. igitur & L H M, H B M æquales, & est duorum
triangulorum B A H, H A M angulus B A H
o prop. 27. 2. communis: erit igitur & reliquus A H B reliquo
H M A æqualis. Triangula igitur A H B, H A
p prop. 4. 6. M sunt æquiangula. *p* Quare est, vt B A ad A H;
ita A H ad A M. Rectangulum ergo *q* rectis A
q prop. 17. 6. B, A M contentum, æquale est quadrato rectæ A
H. Ostensum est autem & rectangulum recta-
rum A B, B M æquale esse quadrato rectæ B F; er-
r prop. 2. 2. go rectangulum linearum A B, B M, cum rectan-
gulo linearum A B, A M (*r* quæ sunt ęqualia qua
drato totius A B) est æquale quadratis ipsarum
B F, A H; & est A B latus pentagoni; F B hexa-
goni; A H decagoni: igitur latus pentagoni po-
test & latus hexagoni, & latus decagoni eidem
circulo inscriptorũ, quod erat demonstrandum.

FINIS.

D. Aegidius Polus R. Pœnit. pro Illuſtriſs. & Reuerendiſs. D. Cardinali Archiepiſcopo Bononiæ.

Imprimatur

Fr. Hieron. Onuphr. pro Reuerendiſs. P. Inquiſit. Bonon.

B O N O N I AE,
Apud Hæredes Ioannis Roſſij, & C.
M. DC. XXIX.